

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА КОМПЛЕКСНІ ПРОБЛЕМИ ЕНЕРГЕТИКИ

УДК 622.324

М.М. КУЛИК, академік НАН України, доктор техн. наук, професор,
Інститут загальної енергетики НАН України,
вул. Антоновича, 172, м. Київ, 03680, Україна

АГРЕГУВАННЯ МОДЕЛЕЙ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

Запропоновано метод агрегування таблиць статистичної звітності «витрати-випуск» (матриця проміжного споживання, вектори кінцевого споживання, випуску товарів та послуг, валового внутрішнього продукту (доданої вартості), загальних витрат) з метою зменшення їх розмірності до величин, необхідних при виконанні досліджень із середньо- та довгострокового прогнозування. Метод не накладає обмежень на предметну сутність таблиць і забезпечує їх перетворення без втрати точності. При формуванні агрегованих математичних моделей міжгалузевого балансу потрібно спочатку агрегувати матрицю проміжного споживання у вартісній формі, після чого здійснити її перетворення у безрозмірну матрицю прямих витрат шляхом відповідного нормування з подальшими відомими операціями.

Ключові слова: матриця, вектор, проміжне споживання, кінцеве споживання, валовий внутрішній продукт, витрати, випуск.

Моделі міжгалузевого балансу (моделі Леонт'єва, витрати-випуск, input-output) є загально визнаним та ефективним інструментом аналізу поточного стану і визначення найбільш доцільних напрямів трансформації економіки і соціальної сфери країни чи її регіонів [1–3]. Не менш ефективною апаратурою міжгалузевого балансу може бути використаний для прогнозування розвитку економіки країни в цілому, або її окремих секторів (зокрема, паливно-енергетичний комплекс, енергетичне господарство країни, ін.) на середньо- та довгострокову перспективу, а також при короткостроковому плануванні. Тому у багатьох країнах статистичними службами розробляються звітні матеріали за певні роки, що містять інформацію, необхідну для побудови повних моделей «витрати-випуск». В Україні Державна служба статистики щорічно видає таблиці «витрати-випуск» як у цінах споживачів, так і в основних

цінах [4, 5]. Зазначені таблиці містять важливу та унікальну інформацію щодо міжгалузевих зв'язків і перетоків товарів, послуг та капіталу в секторах економіки і соціальної сфері. Вони є чи не єдиним джерелом для «оцифрування», доведення до числа вихідних математичних моделей міжгалузевого балансу. Ці таблиці мають досить високий ступінь деталізації (матриця проміжного споживання таблиці [5] містить 42 види взаємопов'язаних товарів та послуг) і практично без змін можуть бути використані як дані базового року при короткостроковому плануванні. Однак при середньо- та (особливо) довгостроковому прогнозуванні така детальна інформація не тільки не потрібна, а інколи навіть шкідлива через труднощі у прогнозуванні випуску продукції і послуг малопродуктивними секторами. Тому при застосуванні моделей міжгалузевого балансу для середньо- та довгострокового прогнозування статистичні таблиці «витрати-випуск» необхідно агрегувати із суттєвим зменшенням їх розмірності.

© М.М. КУЛИК, 2016

Незважаючи на очевидність необхідності агрегування моделей «витрати-випуск» для зазначених задач автор в літературі не зустрів його математичного опису. Лише в [3] наведена блочна схема агрегування матриці проміжного споживання цієї моделі в про-

грамній мові «Бейсик» без доказів універсальності та адекватності запропонованих перетворень.

Добре відомо [1–3 та багато інших], що модель «витрати-випуск» використовує такі математичні форми:

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline a_{11} & a_{1i} & a_{1j} & a_{1n} & \cdot & a_{1N} \\ \hline a_{i1} & a_{ii} & a_{ij} & a_{in} & \cdot & a_{iN} \\ \hline a_{j1} & a_{ji} & a_{jj} & a_{jn} & \cdot & a_{jN} \\ \hline a_{n1} & a_{ni} & a_{nj} & a_{nn} & \cdot & a_{nN} \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline a_{N1} & a_{Ni} & a_{Nj} & a_{nN} & \cdot & a_{NN} \\ \hline \end{array}}^A, \quad \begin{array}{|c|} \hline C_1 \\ \hline C_i \\ \hline C_j \\ \hline C_n \\ \hline \cdot \\ \hline C_N \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|} \hline V_1 \\ \hline V_i \\ \hline V_j \\ \hline V_n \\ \hline \cdot \\ \hline V_N \\ \hline \end{array} \quad (1)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 D' \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline d_1 & d_i & d_j & d_n & \cdot & d_N \\ \hline \end{array}, \\
 W' \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline w_1 & w_i & w_j & w_n & \cdot & w_N \\ \hline \end{array},
 \end{array}$$

де A – матриця проміжного споживання (у вартісній формі), C – вектор кінцевого споживання товарів та послуг, V – вектор випуску товарів та послуг, D – вектор доданої вартості (валового внутрішнього продукту), W – вектор повних витрат, $(')$ – знак транспонування. Із цих форм можуть бути утворені математичні

моделі, які є необхідними для вирішення задач планування та прогнозування, зазначених вище.

У даній роботі пропонується універсальний алгоритм перетворення форм (1) з розмірністю N у аналогічні форми з розмірністю $n + 1$ ($n + 1 < N$), наведені нижче:

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline a_{11} & a_{1i} & a_{1j} & a_{1n} & x_1 \\ \hline a_{i1} & a_{ii} & a_{ij} & a_{in} & x_i \\ \hline a_{j1} & a_{ji} & a_{jj} & a_{jn} & x_j \\ \hline a_{n1} & a_{ni} & a_{nj} & a_{nn} & x_n \\ \hline y_1 & y_i & y_j & y_n & z \\ \hline \end{array}}^a, \quad \begin{array}{|c|} \hline c_1 \\ \hline c_i \\ \hline c_j \\ \hline c_n \\ \hline c_z \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|} \hline v_1 \\ \hline v_i \\ \hline v_j \\ \hline v_n \\ \hline v_z \\ \hline \end{array}, \quad (2)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 d' \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline d_1 & d_i & d_j & d_n & d_z \\ \hline \end{array}, \\
 w' \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline w_1 & w_i & w_j & w_n & w_z \\ \hline \end{array}.
 \end{array}$$

Запропонований алгоритм передбачає виконання таких операцій:

1. Переформування вихідної матриці проміжного споживання A^* , векторів C^* , V^* , D^* , W^*

розмірності N у матрицю проміжного споживання A та вектори C , V , D , W такої ж розмірності, в якій види товарів і послуг, що фігурують в агрегованій моделі, займають перші n рядків та

стовбців. Ця операція не накладає будь-яких обмежень на вихідні форми. В результаті в агрегованих формах (2) блок матриці a з елементами a_{ij} , $i, j = \overline{1, n}$ та підвектори векторів c , v з елементами c_i , v_i , $i = \overline{1, n}$ та векторів d , w з елементами d_j , w_j , $j = \overline{1, n}$ стають відомими.

2. Визначення елементів x_i , $i = \overline{1, n}$, y_j , $j = \overline{1, n}$, c_z , v_z , d_z . Для цього вводяться величини

$$k_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}, b_j = \sum_{i=1}^N a_{ij} \text{ і розраховуються елементи}$$

$$x_i = k_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}, i = \overline{1, n}, \text{ та}$$

$$y_j = b_j - \sum_{i=1}^n a_{ij}, j = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Елементи c_z , v_z , d_z визначаються залежностями

$$c_z = \sum_{i=1}^N c_i - \sum_{i=1}^n c_i, \quad (5)$$

$$v_z = \sum_{i=1}^N v_i - \sum_{i=1}^n v_i, \quad (6)$$

$$d_z = \sum_{j=1}^N d_j - \sum_{j=1}^n d_j. \quad (7)$$

Формально величина $w_z = \sum_{j=1}^N w_j - \sum_{j=1}^n w_j$,

але вчислити її немає необхідності, оскільки $w_z = v_z$ за визначенням моделі «витрати-випуск».

3. Визначення елемента z . При розрахунках цього елемента варто виходити з того, що суми елементів матриць A та a збігаються. Тоді

$$z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} - \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{j=1}^n y_j, \quad (8)$$

або з урахуванням (3) та (4)

$$z = B - \sum_{i=1}^n k_i - \sum_{j=1}^n b_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}, \quad (9)$$

де

$$B = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}. \quad (10)$$

Доцільно відзначити, що у таблицях «витрати-випуск» Держстату України величини B , k_i , b_j , c_i , v_i , d_j , $i, j = \overline{1, N}$ для форм (1) визначені, що спрощує розрахунки елементів агрегованих форм (2).

Приклад. З використанням наведеної методики проведемо агрегування таблиці «витрати-випуск» в Україні у 2012 році [4]. У стислому вигляді (млн грн у цінах 2012 р.), але без втрати необхідних для агрегування даних вона наведена у формах (11).

Відповідно до п. 1 наведеного алгоритму у вихідних формах (11) з розмірністю 19 виділяємо (залишаємо) пп. 1, 2, 4, 6, 8 і утворюємо агреговані форми (12) з розмірністю 6.

| № № | Види товарів та послуг | Проміжне споживання | | | | | | Кінцеве споживання | Випуск, всього |
|--------|------------------------------|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------|----------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | |
| 1 | Сільське господарство тощо | 80387 | 554 | 42 | 686 | 348 | x_1 | 168160 | 321183 |
| 2 | Видобувна промисловість тощо | 2954 | 12764 | 69432 | 5632 | 18991 | x_2 | -107633 | 190446 |
| 3 | Електроенергія, газ тощо | 3752 | 16312 | 7556 | 1099 | 12993 | x_3 | 26854 | 152032 |
| 4 | Будівництво | 748 | 820 | 603 | 40883 | 3929 | x_4 | 127710 | 189886 |
| 5 | Транспорт тощо | 11977 | 20694 | 1257 | 3136 | 19755 | x_5 | 72596 | 228401 |
| 6 | Інші товари та послуги | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 | y_5 | z | c_z | v_z |

| | | | | | | | |
|----------------------------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|------|
| Валовий внутрішній продукт | 117335 | 90260 | 53020 | 45635 | 109845 | d_z | d' |
|----------------------------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|------|

| | | | | | | | |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|------|
| Витрати, всього | 321183 | 190446 | 152132 | 189886 | 228401 | w_z | w' |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|------|

A*

| № з/п | Проміжне споживання | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------|--------|---------|--------|-------|--------|--------|--------|----|-------|---------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 19 | 20 | | | | | | | | | | |
| 1 | 80387 | 554 | 53188 | 42 | 41 | 686 | 10382 | 348 | · | 18 | 153023 | | | | | | | | | |
| 2 | 2954 | 12764 | 175766 | 69432 | 544 | 5632 | 4501 | 18991 | · | 185 | 298079 | | | | | | | | | |
| 3 | 54028 | 26111 | 448366 | 13449 | 6230 | 75527 | 68673 | 46580 | · | 2221 | 807100 | | | | | | | | | |
| 4 | 3752 | 16312 | 44234 | 7556 | 4671 | 1099 | 5625 | 12993 | · | 451 | 125178 | | | | | | | | | |
| 5 | 497 | 484 | 5028 | 1478 | 2817 | 1072 | 471 | 626 | · | 92 | 17279 | | | | | | | | | |
| 6 | 748 | 820 | 2799 | 603 | 513 | 40883 | 3332 | 3929 | · | 66 | 62176 | | | | | | | | | |
| 7 | 38968 | 15999 | 325886 | 81 | 118 | 1292 | 13251 | 961 | · | 96 | 398562 | | | | | | | | | |
| 8 | 11977 | 20694 | 73310 | 1257 | 393 | 3136 | 17664 | 19755 | · | ·158 | 155805 | | | | | | | | | |
| · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | | | | | | | | | |
| 19 | 18 | 203 | 92 | 25 | 13 | 105 | 346 | 49 | · | 114 | 1234 | | | | | | | | | |
| 20 | 203848 | 100186 | 1172249 | 99012 | 17041 | 144251 | 189017 | 118556 | · | 5951 | 2341051 | | | | | | | | | |
| Валовий внутрішній продукт | 117335 | 90260 | 318064 | 53020 | 8880 | 45635 | 212906 | 109845 | · | 13180 | 1459096 | | | | | | | | | |
| Витрати, всього | 321183 | 190446 | 1490313 | 152032 | 25921 | 189886 | 401923 | 228401 | · | 19131 | 3800147 | | | | | | | | | |

C*

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------|--------|---------|--------|-------|------|--------|------|-------|---|-------|---------|
| Кінцеве споживання | 168160 | -107633 | 683213 | 26854 | 8642 | 127710 | 3361 | 72596 | · | 17897 | 1459096 |
|--------------------|--------|---------|--------|-------|------|--------|------|-------|---|-------|---------|

V*

| | | | | | | | | | | | |
|----------------|--------|--------|---------|--------|-------|--------|--------|--------|---|-------|---------|
| Випуск, всього | 321183 | 190446 | 1490313 | 152032 | 25921 | 189886 | 401923 | 228401 | · | 19131 | 3800147 |
|----------------|--------|--------|---------|--------|-------|--------|--------|--------|---|-------|---------|

(11)

D*

| | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|--------|-------|--------|-------|------|-------|--------|--------|---|-------|---------|
| Валовий внутрішній продукт | 117335 | 90260 | 318064 | 53020 | 8880 | 45635 | 212906 | 109845 | · | 13180 | 1459096 |
|----------------------------|--------|-------|--------|-------|------|-------|--------|--------|---|-------|---------|

W*

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------|--------|--------|---------|--------|-------|--------|--------|--------|---|-------|---------|
| Витрати, всього | 321183 | 190446 | 1490313 | 152032 | 25921 | 189886 | 401923 | 228401 | · | 19131 | 3800147 |
|-----------------|--------|--------|---------|--------|-------|--------|--------|--------|---|-------|---------|

З використанням (10) та даних форм (11) розраховуємо $B = \sum_{i=1}^{19} \sum_{j=1}^{19} a_{ij} = 2341051$, залежно-

стей (3) – (9) та форм (12) – визначаємо вектори k, b, x , та y :

| Індекс i, j | Вектор | | | |
|------------------|--------|--------|--------|--------|
| | k | b | x | y |
| 1 | 153023 | 203848 | 71006 | 104030 |
| 2 | 298079 | 100186 | 188306 | 49042 |
| 3 | 125178 | 99012 | 83446 | 20122 |
| 4 | 62176 | 144251 | 15193 | 92815 |
| 5 | 155805 | 118556 | 98986 | 62540 |

і величини $\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 a_{ij} = 37304$, $c_z = 11711409$,
 $v_z = w_z = 2\,718\,199$, $d_z = 1043001$, $z = 1218241$.

Проведені розрахунки дають можливість надати агреговані форми (12) в остаточному вигляді

| a | | | | | | c | v |
|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 80387 | 554 | 42 | 686 | 348 | 71006 | 168160 | 321183 |
| 2954 | 12764 | 69432 | 5632 | 18991 | 188306 | -107633 | 190446 |
| 3752 | 16312 | 7556 | 1099 | 12993 | 83466 | 26854 | 152032 |
| 748 | 820 | 603 | 40883 | 3929 | 15193 | 127710 | 189886 |
| 11977 | 20694 | 1257 | 3136 | 19755 | 98986 | 72596 | 228401 |
| 104030 | 49042 | 20122 | 92815 | 62540 | 1218241 | 1171409 | 2718199 |
| d' | 117335 | 90260 | 53020 | 45635 | 109845 | 1043001 | |
| w' | 321183 | 190446 | 152032 | 189886 | 228401 | 2718199 | |

Наведений метод агрегування таблиць «витрати-випуск» надає можливість зменшувати їх розмірність без обмежень на вид форм та їх предметну сутність. Агрегування за наданим алгоритмом забезпечує перетворення відповідних форм без втрати точності. Воно може бути використано для агрегування таблиць «витрати-випуск», наданих Держстатом України як в основних цінах, так і в цінах споживачів. Доцільно відзначити, що при формуванні агрегованих математичних моделей міжгалузевого балансу не можна агрегувати матрицю прямих витрат (нормована матриця з безрозмірними елементами), це призведе до неправильних результатів. Спочатку потрібно агрегувати матрицю проміжного споживання у вартісній формі, після чого провести її нормування та інші відомі операції.

1. Леонтьев В. и др. Исследование струк-

туры американской экономики. – Москва: Государственное статистическое издательство, 1958. – С. 27–63.

2. Картер А. Структурные изменения в экономике США. – Москва: Статистика, 1974. – С. 9–201.

3. Кубонива М. и др. Математическая экономика на персональном компьютере. – Москва: Финансы и статистика, 1991. – С. 176–188.

4. Статистичний щорічник України за 2013 рік. Державна служба статистики України. – С. 40–42.

5. Статистичний збірник «Національні рахунки України за 2014 рік». Державна служба статистики України. Сайт: www.ukrstat.gov.ua. – С. 104–115.

Надійшла до редколегії 06.04.2016