

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ І СИСТЕМ

---

УДК 621.165

**А.В. РУСАНОВ**, д-р техн. наук, проф.

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины,  
ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, 61046, Украина

---

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТОВ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОТОЧНЫХ ЧАСТЕЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

*Представлен алгоритм проектирования проточных частей турбин осевого и радиально-осевого типов, основанный на использовании математических моделей различных уровней сложности – от одномерных до трехмерных. Геометрии проточных частей строятся с помощью методов аналитического профилирования, исходными данными для которых служит ограниченное число параметрических величин. Модель трехмерного турбулентного течения реализована в программном комплексе IPMFlow, являющемся развитием программ FlowER и FlowER-U. Приведены примеры разработанных либо модернизированных с помощью описанного алгоритма проточных частей турбин энергетических машин различного назначения: турбодетандер, турбина на низкокипящем рабочем теле, теплофикационная турбина среднего давления.*

*Ключевые слова:* математическая модель, аналитическое профилирование, вычислительная газодинамика, турбодетандер, турбина, низкокипящие рабочие тела.

---

### **Введение**

В условиях постоянно нарастающего дефицита и увеличивающейся стоимости энергоресурсов важным требованием, предъявляемым к современным турбоустановкам, считается их высокая экономичность. Одним из направлений, позволяющих повысить экономичность турбомашин, является их газодинамическое совершенствование.

В настоящее время еще не полностью исчерпаны возможности газодинамического совершенствования проточных частей турбомашин как за счет оптимизации формы плоских сечений лопаток, так и пространственного профилирования лопаточных аппаратов: использования обратной закрутки, сложного навала, специального профилирования меридиональных обводов и т.д., позволяющих существенно повысить аэродинамический КПД турбомашин [1–3].

© А.В. РУСАНОВ, 2014

На сегодняшний день известно большое количество методик проектирования проточных частей энергоустановок, основанных на решении одномерных и квазиосесимметричных уравнений с использованием эмпирических зависимостей [4, 5]. С их помощью можно спроектировать конструкции с высоким, но недостаточным по современным требованиям, уровнем аэродинамической эффективности. Особенно проблематично их использование при создании принципиально новых (не имеющих прототипа) проточных частей существенной пространственной формы. В этом случае, как правило, необходима экспериментальная доводка проектируемых конструкций.

В последние 20 лет в процессах совершенствования проточных частей заметно увеличилась доля использования методов моделирования пространственных вязких турбулентных течений, реализованных в различных программных комплексах [6, 7]. Эти методы позволяют существенно уменьшить объемы экспе-

риментальных исследований и сократить время проектирования. На данный момент трехмерные методы расчета в основном используются как поверочные.

В целях создания более совершенных алгоритмов проектирования и модернизации проточных частей проведены работы, в которых методы расчета трехмерных течений включены непосредственно в процесс решения оптимизационной задачи по повышению аэродинамической эффективности турбомашин [8, 9]. Однако из-за того, что методы расчета пространственных потоков требуют больших вычислительных затрат, их применение в процессах проектирования проточных частей по-прежнему существенно ограничено.

В статье представлен подход к проектированию проточных частей ступеней осевого и радиально-осевого типов, в котором используются математические модели различных уровней сложности, в том числе методы расчета пространственных вязких турбулентных течений, что позволяет, с одной стороны, сократить время проектирования, а с другой стороны – обеспечивать высокий уровень аэродинамического совершенства создаваемых конструкций. Также приведены примеры раз-

работанных либо модернизированных с помощью описанного алгоритма турбин энергетических машин различного назначения: турбодетандер, турбина на низкокипящем рабочем теле, теплофикационная турбина среднего давления.

### Алгоритм проектирования проточных частей ступеней турбин

Проектирование проточных частей турбин выполняется по ступеням. Алгоритм такого проектирования для ступеней турбин осевого либо радиально-осевого типов представлен на рис. 1.

На первом этапе проводится предварительный расчет геометрических характеристик проточной части с помощью достаточно простых методик, основанных на решении одномерных либо квазиосесимметричных уравнений [4, 5].

На базе полученных геометрических характеристик строится полная трехмерная геометрия, для чего используются методы аналитического профилирования проточных частей. Эти методы позволяют создавать турбинные ступени как осевого, так и радиально-осевого типов.

Расчеты трехмерных течений в полученных проточных частях ступеней турбин выпол-



Рис. 1. Блок-схема алгоритма проектирования проточной части ступени

няются с помощью программного комплекса **IPMFlow**. Необходимо отметить, что в первых вариантах алгоритма проектирования ступеней предполагалось большую часть трехмерных расчетов проводить на «грубых» разностных сетках (с относительно малым числом элементарных объемов), а на «мелких» разностных сетках выполнять только заключительные проверочные расчеты (см. рис. 1). Однако такой подход часто оказывался некорректным. Так, были случаи, когда для проточной части наблюдалось существенное улучшение газодинамической эффективности на «грубой» сетке (по заданной целевой функции) и отсутствовал выигрыш либо имело место ухудшение на «мелкой» сетке. Это объясняется тем, что при увеличении размерности разностной сетки повышается точность описания вязких газодинамических эффектов (отрывов, вторичных течений и др.), из-за чего происходит изменение доли их вклада в суммарный критерий газодинамической эффективности и, соответственно, смещается положение оптимального значения функции цели относительно варьируемых параметров. При этом изменение положения оптимума может быть значительным.

Представленный алгоритм проектирования проточной части возможно автоматизировать. Для этого необходимо с помощью методов решения оптимизационных задач автоматизировать процесс анализа результатов и генерации новых значений варьируемых параметров (геометрических характеристик проточной части). При использовании указанного подхода в зависимости от числа варьируемых параметров требуется от нескольких сотен до нескольких тысяч итераций. В настоящее время существуют программные комплексы, основанные на применении методов поиска локального или глобального экстремумов для оптимизации проточных частей турбин [10, 11]. Их главным недостатком является то, что для обеспечения приемлемых затрат вычислительных ресурсов (прежде всего по времени) пространственные расчеты выполняются на «грубых» сетках по существенно ограниченному числу варьируемых величин. Именно поэтому их полноценное использование при проектировании и модернизации проточных частей очень ограничено. В рассматриваемых в статье примерах анализ результатов и принятие решения об изменении варьируемых парамет-

ров выполнялись в «ручном» режиме. В этом случае получаемый результат и число итераций зависят от квалификации специалиста. Обычно для получения окончательной формы одной ступени требуется несколько десятков трехмерных расчетов, что, во-первых, существенно меньше по сравнению с «автоматизированными» алгоритмами, а во-вторых, дает возможность «полноценного» использования сложных моделей пространственных течений.

### Метод расчета пространственных вязких течений

Моделирование пространственных вязких течений выполняется на основе численного интегрирования осредненной по Рейнольдсу нестационарной системы уравнений Навье–Стокса, состоящей из:

уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0;$$

уравнения количества движения

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) - \nabla \cdot \Pi = 0; \quad (1)$$

уравнения энергии

$$\frac{\partial \rho E_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E_t \vec{V}) - \nabla \cdot (\Pi \vec{V}) + \nabla \cdot \vec{q} = 0,$$

где  $\rho$  – плотность;  $E_t$  – полная энергия единицы массы;  $\Pi$  – тензор напряжений;  $\vec{q}$  – тепловой поток;  $\vec{V} = \vec{i}u + \vec{j}v + \vec{k}w$  – вектор скорости.

Для моделирования турбулентных эффектов применяется двухпараметрическая дифференциальная модель турбулентности SST Менгера [12].

Для учета термодинамических свойств рабочего тела используются уравнения состояния совершенного газа, Таммана и Ван-дер-Ваальса. Реальные термодинамические свойства рабочих тел, в том числе воды и водяного пара, учитываются с помощью интерполяционно-аналитического метода аппроксимации модифицированных уравнений Беннедикта–Вебба–Рубина с 32 членами [13, 14] и уравнений формуляции IAPWS-95 [15, 16].

Система уравнений (1) интегрируется с помощью неявной квазимонотонной ENO-схемы повышенной точности [17].

Представленная модель трехмерного вязкого течения реализована в программном комплексе **IPMFlow**, который является развитием программных комплексов **FlowER** и **FlowER-U**. Результаты расчетов, получаемые с использованием программного комплекса **IPMFlow**, обладают необходимой достоверностью как по качественной структуре течения, так и по количественной оценке характеристик изолированных турбинных решеток и проточных частей турбомашин в целом.

Обычно при расчете вязких пространственных течений используется разностная сетка с числом элементарных объемов (ячеек) около 500 тысяч в межлопаточном канале одного венца.

**Метод аналитического построения трехмерной геометрии проточной части на основе ограниченного числа параметризованных величин**

Важным шагом при проектировании является формирование трехмерной геометрии проточной части на основе данных, полученных вследствие анализа результатов расчета пространственных течений либо по результатам более простых методик. От того, насколько быстро и удобно будет выполняться этот шаг, во многом будет зависеть успех решения задачи в целом. В работе используются методы, позволяющие на основе относительно небольшого числа параметризованных величин строить достаточно широкий класс лопаточных аппаратов радиально-осевого и осевого типов. В качестве параметризованных выбираются величины либо общепринятые в турбиностроении, либо те, которые имеют простую геометрическую интерпретацию. Методы различаются для лопаток радиально-осевого и осевого типов.

Для построения геометрии лопаточного венца осевой проточной части используется метод параметризации и аналитического профилирования [18], в котором лопатка задается произвольным набором плоских профилей, каждый из которых рассматривается в декартовой системе координат с осью абсцисс, параллельной оси турбины, и осью ординат, совпадающей с фронтом решетки (рис. 2).

Профиль описывается входной и выходной кромками, а также кривыми спинки и корытца. Входная и выходная кромки являются окруж-

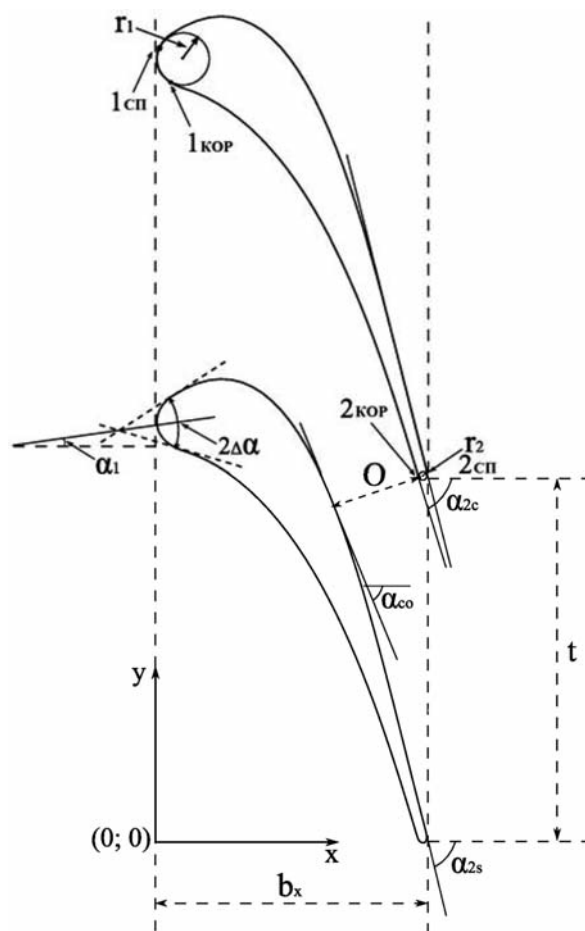


Рис. 2. Решетка профилей

ностями, кривая спинки – многочленом 5-го порядка, а корытца – многочленом 4-го порядка вида:

$$y(x) = \sum_{i=0}^5 a_i x^i, \quad a_i = \text{const}; \quad (2)$$

$$y(x) = \sum_{i=0}^4 a_i x^i, \quad a_i = \text{const}. \quad (3)$$

Исходными данными для задания решетки профилей являются:  $b_x$  – ширина профиля;  $\alpha_1$  – скелетный угол решетки на входе;  $r_1$  – радиус входной кромки;  $\alpha_{2ef}$  – эффективный угол решетки;  $r_2$  – радиус выходной кромки;  $t$  – шаг решетки;  $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2$  – углы “заострения” входной и выходной кромок,  $\alpha_{2ск}$  – угол “скоса” спинки,  $\alpha_{co} = \alpha_{2s} + \alpha_{2ск}$ ;  $1_{сп}, 2_{сп}, 1_{кор}, 2_{кор}$  – точки сопряжения входных и выходных кромок с кривыми спинки и корытца (рис. 2). Коэффициенты кривой (2), описывающей спинку, рассчитываются итерационно из соотношений:

$$\left\{ \begin{array}{l} y'_{\text{сп}}(x_{1\text{сп}}) = \text{tg}(\alpha_1 + \Delta\alpha_1) \\ y''_{\text{сп}}(x_{1\text{сп}}) = \{y''_{\text{сп},0}\} \\ y_{\text{сп}}(x_0) = y_0 \\ y'_{\text{сп}}(x_0) = \text{tg}(\alpha_{\text{co}}) \\ y_{\text{сп}}(x_{2\text{сп}}) = y_{2\text{сп}} \\ y'_{\text{сп}}(x_{2\text{сп}}) = \text{tg}\{\alpha_{2s}\} \end{array} \right. , \quad (4)$$

где  $x_{1\text{сп}}, y_{1\text{сп}}, x_{2\text{сп}}, y_{2\text{сп}}$  – координаты касания спинки с окружностями входной и выходной кромок, которые определяются по заданному углу  $\alpha_1 + \Delta\alpha_1$  на входной кромке. Варьируемыми параметрами для соотношений (4) являются  $\alpha_{2s}$  и  $y''_{\text{сп},0}$ , подбор которых должен обеспечить заданную величину горла решетки  $O$ , а также минимальное значение максимальной кривизны на множестве кривых (2). Величина горла определяется по заданным значениям шага решетки и эффективному углу  $O = t \cos\alpha_{2\text{ef}}$

После определения кривой спинки и вписывания входной и выходной кромок итерационно рассчитываются коэффициенты кривой (3) для корытца с использованием соотношений

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{\text{кор}}(x_{1\text{кор}}) = y_{1\text{кор}} \\ y'_{\text{кор}}(x_{1\text{кор}}) = \text{tg}(\alpha_1 - \Delta\alpha_1) \\ y''_{\text{кор}}(x_{1\text{кор}}) = \{y''_{\text{кор},0}\} \\ y_{\text{кор}}(x_{2\text{кор}}) = y_{2\text{кор}} \\ y'_{\text{кор}}(x_{2\text{кор}}) = \text{tg}\alpha_{2c} \end{array} \right. , \quad (5)$$

где  $x_{1\text{кор}}, y_{1\text{кор}}, x_{2\text{кор}}, y_{2\text{кор}}$  – координаты касания кривой корытца с окружностями входной и выходной кромок, которые определяются по заданному углу  $\alpha_1 - \Delta\alpha_1$  на входной кромке и варьируемому углу  $\alpha_{2\text{кор}}$  на выходной кромке. Угол  $\alpha_{2c}$  в соотношении (5) либо выбирается в интервале  $\alpha_{\text{co}}$  и  $\alpha_{2s}$  таким образом, чтобы обеспечить минимальное значение максимальной кривизны кривой корытца (рис. 2), либо задается равным  $\alpha_{2s} - \Delta\alpha_2$ .

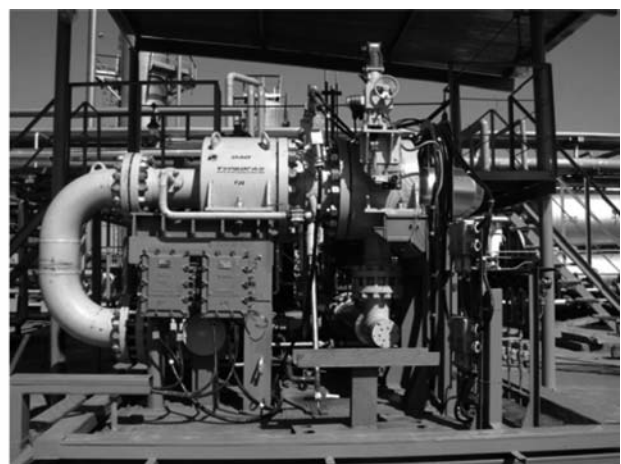
Для построения радиально-осевых рабочих колес применяется методика, предложенная в работе [19].

### Примеры проектирования и модернизации проточных частей энергетических машин различного назначения

**Проточная часть турбины турбодетандера МТДА-3,0-10,4-МП-У2.** С помощью разработанного алгоритма была спроектирована проточная часть турбины турбодетандера МТДА-3,0-10,4-МП-У2 [20] (производитель – ОАО «Турбогаз»). Турбина является одноступенчатой радиально-осевого типа. Особенность ее состоит в том, что она работает в широком диапазоне изменения рабочих параметров, из-за чего она выполнена с поворотными лопатками направляющего аппарата. В зависимости от режима работы массовый расход рабочего тела меняется в два раза, что приводит к наличию значительных отрицательных либо положи-



*а*



*б*

**Рис. 3.** Турбодетандер МТДА-3,0-10,4-МП-У2: *а* – рабочее колесо, *б* – действующая установка



Рис. 4. Проточная часть осевой микротурбины

тельных углов атаки потока на лопатки рабочего колеса. Несмотря на это, течение в проточной части является безотрывным, а ее внутренний КПД превышает 92% во всем диапазоне режимов работы.

В настоящее время турбина с разработанной проточной частью изготовлена (рис. 3,а), установлена на турбодетандере МТДА-3,0-10,4-МП-У2 Тимофеевского нефтегазоконденсатного месторождения Гадяцкого района Полтавской области (рис. 3,б) и прошла испытания, в результате которых были подтверждены все заявленные характеристики.

Спроектировано несколько вариантов осевых и радиально-осевых микротурбин, работающих на низкокипящих рабочих телах, для когенерационной установки электрической мощностью 100 кВт [21]. На рис. 4 представлена изготовленная проточная часть семиступенчатой осевой турбины с частотой вращения вала 9000 об./мин.

Данная турбина является высоконагруженной, так реализуемая в ней степень понижения давления выше 70, а средняя величина  $u/c$  для ступеней составляет 0,45. Из-за малых объемных расходов первые три ступени выполнены с парциальным подводом рабочего тела. Несмотря на перечисленные факторы и малые габариты, турбина имеет относительно высокий внутренний КПД – 84,2%.

**Проточная часть ЦСД турбины Т-125/150-12,8.** Разработана проточная часть среднего давления новой модификации турбины серии Т-100, которая имеет маркировку Т-125/150-12,8 [22]. Турбины данной серии являются

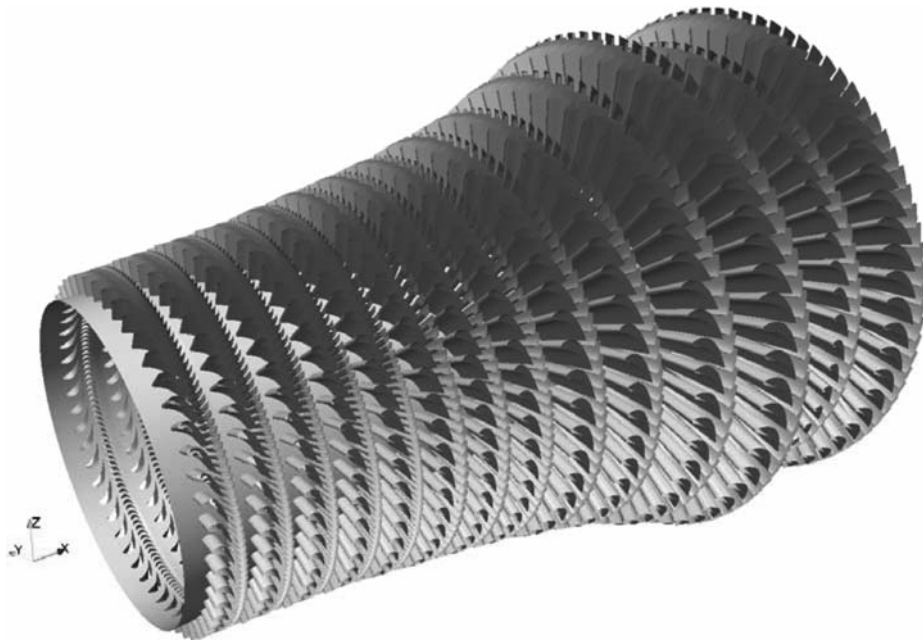
самыми распространенными теплофикационными турбинами на территории бывшего СССР и предназначены для работы в крупных и средних городах. Всего турбин серии Т-100 произведено более 300 единиц. Основной задачей для проектирования было получить значение внутреннего КПД не менее чем на 2,5% выше по сравнению с цилиндром среднего давления существующей турбины Т-120/130-12,8.

В начале был выполнен расчет и анализ течения существующей турбины Т-120/130-12,8, в результате которого определены мероприятия по повышению газодинамической эффективности:

- замена профилей на более современные и применение лопаток начиная с шестой ступени с переменным профилем по высоте (ожидаемый выигрыш по КПД 1,0–2,0%);
- изменение формы периферийных меридиональных обводов в межступенчатых зазорах для уменьшения отрывов потока в этих областях (ожидаемый выигрыш по КПД 0,5–1,0%);
- замена уплотнений в надбандажных и междисковых каналах на более современные (ожидаемый выигрыш по КПД 1,0–1,5%).

На рис. 5 представлен вид новой проточной части среднего давления турбины Т-125/150-12,8.

В новой проточной части среднего давления лопатки первых пяти ступеней выполнены с постоянными по высоте сечениями профиля, а остальные – с переменными. Для уменьшения отрывов потока периферийные обводы имеют более плавную форму (по сравнению с исход-



**Рис. 5.** Визуализация трехмерной модели ЦСД турбины Т-125/150-12,8

ной конструкцией), а лопатки направляющих аппаратов начиная с седьмой ступени выполнены с увеличивающейся по высоте хордой. Все ступени новой конструкции имеют более высокое значение КПД. Суммарный внутренний КПД предлагаемой конструкции составил 92,3%, что на 2,9% выше, чем у исходной конструкции. В настоящее время выпущена конструкторская документация и идет процесс изготовления турбины, окончание которого запланировано на 2015 год.

### ВЫВОДЫ

Разработан алгоритм проектирования проточных частей турбин осевого и радиально-осевого типов, основанный на использовании математических моделей различных уровней сложности – от одномерных до трехмерных, а также методов аналитического профилирования геометрии лопаточных каналов. Представленные примеры разработанных либо модернизированных с помощью описанного алгоритма проточных частей турбин энергетических машин различного назначения: турбодетандер, турбина на низкокипящем рабочем теле, теплофикационная турбина среднего давления, подтвердили его высокую эффективность. В дальнейшей работе предполагается включить в оптимизационный алгоритм про-

цесс распределения тепловых перепадов между ступенями турбины.

1. Кампсти Н. Аэродинамика компрессоров / Н. Кампсти. – М.: Мир, 2000. – 688 с.
2. Научный вклад в создание авиационных двигателей / Под общей науч. ред. В.А. Скибина и В.И. Солонина. – М.: Машиностроение, 2000. – 616 с.
3. Трояновский Б.М. Совершенствование проточных частей паровых турбин / Б.М. Трояновский // Теплоэнергетика. – 1996. – № 1. – С. 10 – 17.
4. Бойко А.В. Основы теории оптимального проектирования проточной части осевых турбомашин / А.В. Бойко, Ю.Н. Говорущенко. – Х.: Вища школа, 1989. – 217 с.
5. Билан А.В. Автоматизированное проектирование лопаток паровых турбин / А.В. Билан, В.Н. Билан // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2006. – №3(5). – С. 66 – 68.
6. ANSYS Products. ANSYS, Inc. All Rights Reserved. Terms & Conditions [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.ansys.com>.
7. А. с. Комплекс програм розрахунку тривимірних течій газу в багатовісцевих турбома-

шинах «FlowER» / С.В. Ершов, А.В. Русанов. – Державне агентство України з авторських та суміжних прав, ПА № 77; 19.02.96. – 1 с.

8. *Lampart P.* Direct Constrained Computational Fluid Dynamics Based Optimization of Three-Dimensional Blading for the Exit Stage of a Large Power Steam Turbine / P. Lampart, S. Yershov // Transactions of the ASME. Journal Engineering for Gas Turbines and Power. – 2003. – 125, No 1. – P. 385 – 390.

9. *Yershov S.V.* Optimisation of turbomachinery blade shape using 3D viscous flow computations / S.V. Yershov, A.V. Rusanov, V.A. Yakovlev // 7th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics, Athens, Greece – 2007. – P. 621 – 631.

10. *Goldberg D.E.* Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning / David E. Goldberg. – Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA, 1989. – 412 p.

11. *Optimization and Computational Fluid Dynamics.* / Eds. D. Threvenin, G. Janiga. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – 294 p.

12. *Menter F.R.* Zonal Two-equation Turbulent models for Aerodynamic Flows / F.R. Menter // AIAA Pap. – 1993. – № 93-2906. – 12 p.

13. *Younglove B.A.* Thermophysical Properties of Fluids II Methane, Ethane, Propane, Isobutane, and Normal Butane / B.A. Younglove, J.F. Ely // Journal of Physical and Chemical Reference. – 1987. – Data 16. – 577 p.

14. *Русанов А.В.* Интерполяционно-аналитическая аппроксимация модифицированного уравнения состояния Бенедикта-Вебба-Рубина для учета реальных свойств рабочих тел в трехмерных расчетах / А.В. Русанов, П. Лампарт, Р.А. Русанов // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2014. – № 3. – С. 18 – 23.

15. *IAPWS, Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use.* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.iapws.org>.

16. *Русанов А.В.* Интерполяционно-аналитический метод учета реальных свойств газов и жидкостей / А.В. Русанов //

Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 3/10 (63). – С. 53 – 57.

17. *Русанов А.В.* Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин / А.В. Русанов, С.В. Ершов. – Х.: ИПМаш НАН Украины, 2008. – 275 с.

18. *Русанов А.В.* Метод аналитического профилирования лопаточных венцов проточных частей осевых турбин / А.В. Русанов, Н.В. Пашенко, А.И. Косьянова // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. – № 2/7(38). – С. 32 – 37.

19. *Русанов А.В.* Использование современных компьютерных технологий для создания высокоэффективных проточных частей радиально-осевого типа / А.В. Русанов // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2013. – № 2(32) – С. 4 – 9.

20. *Русанов А.В.* Метод проектирования высокоэффективных проточных частей турбодетандерных агрегатов / А.В. Русанов, С.В. Моисеев, П.Н. Сухоробрый, А.И. Косьянова, Р.А. Русанов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 8 (95). – С. 67–72.

21. *Rusanov A.* Elaboration of the flow system for a cogeneration ORC turbine / A. Rusanov, P. Lampart, R. Rusanov, S. Выкуч // Proc 12th Conf on Power System Engineering, Thermodynamics & Fluid Flow – ES 2013, Pilzen, Czech Republic, 13 – 14 June 2013, Publisher: University of West Bohemia, 2013 – 10 p.

22. *Русанов А.В.* Разработка проточной части ЦСД паровой турбины Т-125/150-12,8 на основе использования современных компьютерных технологий / А.В. Русанов, А.Л. Шубенко, А.Ю. Култышев и др. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Энергетические и теплотехнические процессы и установки. – Харьков, 2014. – № 11 (1054). – С. 16 – 29.

Надійшла до редколегії 02.12.2014