

К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ РЕЖИМА ЭКСПЛУАТАЦИИ КИЕВСКОЙ ГЭС НА КОНЦЕНТРАЦИЮ СТРОНЦИЯ-90 НА ВЫТОКЕ ИЗ КИЕВСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

Представлено ефективну камерну модель UNDBE, яка описує транспорт Sr-90 у Київському водосховищі. Наводяться результати ідентифікації моделі за даними натурних вимірів 1994р., валідації за даними 1991р. і результати порівняння з камерною моделлю повного перемішування. За допомогою моделі UNDBE проведено оцінку можливого впливу режиму експлуатації Київської ГЕС на концентрацію Sr-90 у воді на витокі з водосховища.

Представлена эффективная камерная модель UNDBE, описывающая транспорт Sr-90 в Киевском водохранилище. Приводятся результаты идентификации модели по данным натурных измерений 1994г., валидация по данным 1991г. и результаты сравнения с камерной моделью полного перемешивания. С помощью модели UNDBE проведена оценка возможного влияния режима эксплуатации Киевской ГЭС на концентрацию Sr-90 в воде на вытоке из водохранилища.

Актуальность оценки влияния режимов эксплуатации ГЭС на концентрацию радионуклидов в днепровских водохранилищах сохраняется в связи с продолжающимся смывом стронция-90 (Sr-90) с затопляемых во время паводка загрязненных территорий, прилегающих к Чернобыльской атомной станции (ЧАЭС). Основная часть смыва приходится на водосбор правого притока Днепра — Припяти. Радиоактивные загрязнения поступают также благодаря смыву с водосборов верхней части Днепра, находящихся на Российской и Белорусской территориях, где также имеются пятна выпадений. Эксплуатация Киевской ГЭС вызывает колебания уровня водохранилища, его объема, изменение скорости течения, времени прохождения водных масс и, как следствие, изменение концентрации радионуклида на вытоке из водохранилища. Так как днепровскую воду через системы водоснабжения получают более 8 миллионов человек, в водохранилищах осуществляется коммерческий лов рыбы и более 1,8 миллиона гектаров земли орошается днепровской водой, проблема загрязнения остается чрезвычайно важной и через четырнадцать лет после аварии, в особенности при заторных явлениях и больших паводках на Припяти.

Существует множество подходов и моделей для описания процесса переноса радиоактивных загрязнений поверхностными водами [1-4]. Настоятельная необходимость увеличения прогностических возможностей моделей в послечернобыльской ситуации требует развития методов моделирования переноса радионуклидов. С другой стороны имеется возможность сравнить результаты моделирования с данными натурных измерений.

Простейшая из существующих моделей — модель конечных объемов (камерная модель полного перемешивания — КМПП), переменные которой усреднены по объему камеры, обычно представляющей водохранилище или его значительную часть. Подобные модели менее чувствительны к качеству исходных данных в сравнении с более сложными 1-, 2-, 3- мерными моделями, при использовании которых принципиальная возможность получения точного прогноза ограничена необходимостью большого

количества точных начальных и граничных данных, а время счета велико, что делает затруднительным решение задач параметрической идентификации. В свою очередь получение с помощью КМПП значений концентраций загрязнения в интересующем месте водохранилища требует на практике либо разбиения водоема на большое количество последовательных камер, что резко снижает эффективность модели, либо довольствоваться средними на большом временном интервале значениями концентраций, что снижает ценность результата. В статье описывается новая модель конечных объемов — UNDBE, такая же простая, но обладающая лучшими прогностическими возможностями, ее параметрическая идентификация, сравнительные результаты моделирования, верификация и оценка возможного влияния режимов эксплуатации Киевской ГЭС на концентрацию Sr-90 на вытоке из водохранилища.

Камерная модель полного перемешивания и анализ ее возможностей

В КМПП предполагается, что водоем разбит на ряд последовательных камер, поступающая загрязненная вода вместе с взвесью моментально, полностью и равномерно перемешивается во всем объеме камеры, и, следовательно, концентрация загрязнителя на вытоке камеры равна средней в ее объеме. Находящиеся в растворе и сорбированные взвесью составляющие загрязнителя связаны линейной зависимостью с коэффициентом K_s для загрязнителя сорбированного взвесью и K_d для загрязнителя, находящегося в донных отложениях. При таких допущениях как показано в [5], динамику объема, усредненных по объему камеры величин концентраций взвешенных наносов, радионуклидов в растворе, на взвеси и в донных отложениях описывает система обыкновенных дифференциальных уравнений.

Уравнение баланса воды для системы последовательных камер имеет вид

$$\frac{dV_i}{dt} = Q_{i-1} - Q_i + R_i + \sum_{j=1}^m Q_j - Q_i^w, \quad (1)$$

где V_i — объем i — ой камеры;

Q_i = расход воды из i — ой камеры;
 Q_{i-1} = расход воды из предыдущей камеры;
 Q_j = расход воды в притоках в камеру (предполагается, что в камеру втекают притоки с номерами от n до m);
 Q_i^w = интенсивность водопотребления;
 R_i = разница между величинами осадков и испарений.

Масса загрязненных донных отложений предполагается постоянной и определяется как

$$M_i^b = \rho_s (1 - \varepsilon) Z_s F_i \quad (2)$$

где Z_s = эффективная толщина загрязненного поверхностного слоя донных отложений;

ρ_s = плотность донных отложений;

ε = пористость;

F_i = площадь свободной поверхности.

Уравнение, описывающее усредненную по объему камеры концентрацию взвешенных наносов, при учете граничных условий имеет вид

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{V_i} (Q_{i-1} S_{i-1} - Q_i S_i + q_i^b - q_i^s + R_i^h + \sum_{j=1}^m Q_j S_j), \quad (3)$$

$$\text{где } Q_i = Q_{i-1} + R_i + \sum_{j=n}^m Q_j;$$

R_i^h = приток взвеси в камеру связанный с размывом берегов;

S_i и S_{i-1} — концентрации взвеси в i — ой и $(i-1)$ камерах соответственно;

S_j^h = концентрации взвесей в притоках в камеру;

q_i^b и q_i^s = средние для камеры величины потоков взмучивания и седиментации, вычисляемые как функции равновесной концентрации (транспортирующая способность потока) S^*

$$q_i^s = \begin{cases} F_i w_0 (S_0 - S^*), & S_0 > S^* \\ 0, & S_0 < S^* \end{cases} \quad q_i^b = \begin{cases} 0, & S_0 > S^* \\ B F_i w_0 (S^* - S), & S_0 < S^* \end{cases} \quad (4)$$

где w_0 = скорость оседания (функция крупности седиментов диаметра D);

S_0 = эффективная концентрация взвеси в донном слое Z_s ;

B = коэффициент ресуспензии.

Средняя для камеры величина равновесной концентрации S^* выражается, как показано в [6], через среднюю в камере скорость течения $U_i = Q_i L_i / V_i$ (здесь L_i — длина камеры), среднюю глубину и крупность взвеси. При этом величина параметра шероховатости дна выражается через коэффициент Маннинга.

Поведение радионуклидов описывается уравнениями ди-

намики средних в камере концентраций в растворе — C_i , на взвеси — C_i^s , и в донных отложениях — C_i^b . Принимая во внимание граничные условия, а также обменные процессы, систему уравнений можно представить как

$$\frac{dC_i}{dt} = -C_i \left[\lambda + \frac{Q_i}{V_i} + \frac{1}{V_i} (K_s a_{1,2} + K_d a_{1,3}) \right] + \frac{1}{V_i} \left[\sum_{j=n}^m (Q_j C_j) + Q_{i-1} C_{i-1} + a_{1,2} C_i^s + a_{1,3} C_i^b \right] \quad (5)$$

$$\frac{dC_i^s}{dt} = \frac{1}{V_i S_i} \left\{ Q_{i-1} S_{i-1} C_{i-1}^s + R_i^h C_i^b + q_i^b C_i^b + K_s a_{1,2} C_i + \sum_{j=n}^m (Q_j S_j C_j^s) - C_i^s \left[a_{1,2} + R_i^h + q_i^b + Q_{i-1} S_{i-1} + \sum_{j=n}^m (Q_j S_j) + \lambda V_i S_i \right] \right\} \quad (6)$$

$$\frac{dC_i^b}{dt} = \frac{1}{M_i^b} \left[-C_i^b (a_{1,3} + q_i^s + \lambda M_i^b) + C_i^s q_i^s + K_d a_{1,3} C_i \right] \quad (7)$$

$\lambda = \ln 2 / T$ — постоянная распада радионуклида, где T — время полураспада.

Величины коэффициентов обмена в данной модели следующие:

$$a_{1,2} = \frac{V_i S_i}{1 + K_s S_i} \left(\frac{\delta_{1,2}}{\tau_s} + \frac{\delta_{2,1}}{\tau_{ds}} \right) \quad a_{1,3} = \frac{M_i^b}{1 + K_d \frac{M_i^b}{V_i}} \left(\frac{\delta_{1,3}}{\tau_{sb}} + \frac{\delta_{3,1}}{\tau_{dsb}} \right) \quad (8)$$

где τ_s , τ_{sb} — времена сорбции и десорбции соответственно, в системе вода — взвешенные наносы, τ_{sb} — те же величины, но в системе вода — донные отложения. Параметрами $\delta_{1,p}$ и $\delta_{p,1}$ задается направление движения загрязнителя, и они записываются как

$$\delta_{1,p} = \begin{cases} 1, & KC_i > C_i^p \\ 0, & KC_i < C_i^p \end{cases} \quad \delta_{p,1} = \begin{cases} 1, & KC_i < C_i^p \\ 0, & KC_i > C_i^p \end{cases} \quad (9)$$

где $p = 2,3$ для загрязнителя находящегося на взвеси C^s и в донных отложениях C^b соответственно.

В КМПП используются шесть средних для каждой камеры параметров: K_s , K_d , τ_s , τ_{ds} , τ_{sb} , τ_{dsb} . Предполагается, что этот набор полностью описывает характерные для данного радионуклида обменные процессы между водой, взвесью и донными отложениями. В качестве остальных используемых параметров берутся справочные либо средние значения.

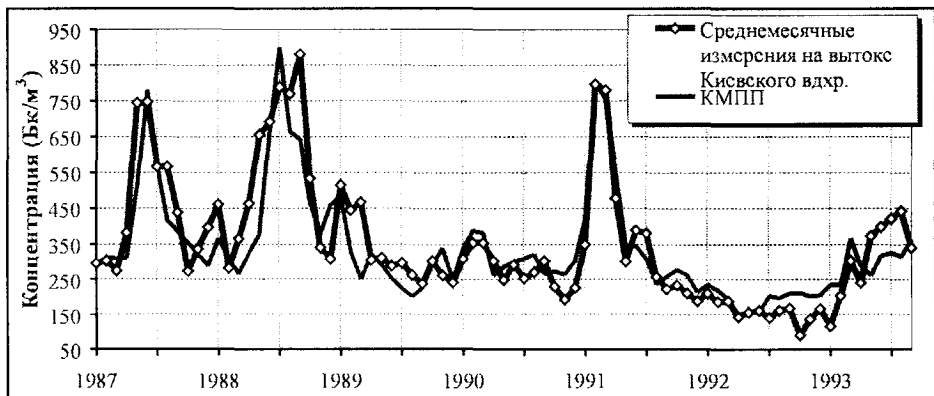


Рис. 1. Динамика концентрации Sr-90 на вытоке Киевского водохранилища

КМПП при моделировании переноса радионуклидов в Киевском водохранилище обеспечивает хорошие результаты при месячных временах усреднения [7]. На рис.1 представлены результаты моделирования динамики концентрации Sr-90 в сравнении с среднемесячными данными измерений на вытоке водохранилища (т.е. в месте водозабора для г.Киева). Принимая во внимание, что среднее время водообмена в Киевском водохранилище для среднего по водности года составляет 36 суток, а также то, что при моделировании применялось разделение водохранилища на две камеры и объем второй равен 0.888 общего объема водохранилища, понятно, что среднемесячные данные являются близкими к усредненным в объеме камеры ($0.888 \cdot 36 = 32$) — именно тем, которые модель определяет. Здесь и далее "концентрация Sr-90" означает — концентрация Sr-90 в растворе, так как этот радионуклид слабо сорбируется взвесью и составляющая загрязнения в растворе обычно превышает 97% общего количества. Однако, при сопоставлении результатов работы КМПП с суточными данными изме-

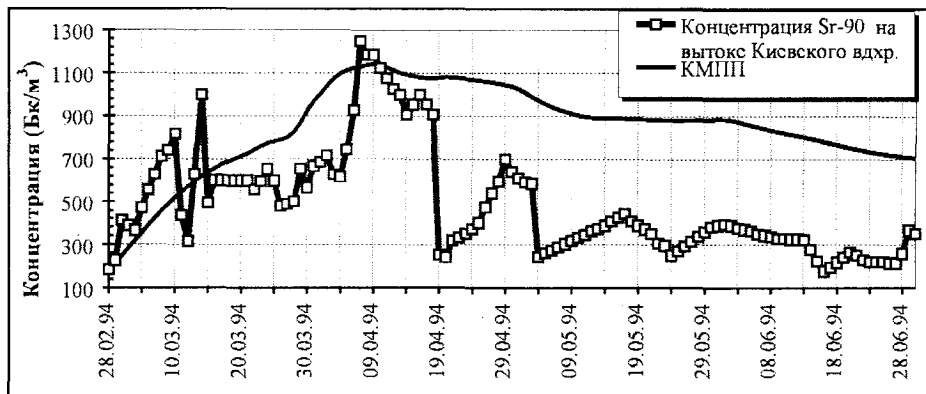


Рис.2. Динамика концентрации Sr-90 на вытоке из Киевского водохранилища

рений выявляются большие расхождения. На рис.2 представлены результаты моделирования весеннего паводка 1994г. Для этой ситуации имеется представительный набор радиологических измерений, а небольшое количество отсутствующих по вытоку данных измерений было дополнено посредством линейной интерполяции.

Выводы о модельных допущениях можно сделать, проанализировав данные натуральных измерений. Рис.3 и рис.4 отображают радиологическую и гидрологическую ситуацию на р.Припять — основном источнике загрязнения и на вытоке Киевского водохранилища за март — июнь 1994г. [8]. В марте на р.Припять был ледовый затор. Вода вышла на загрязненную территорию возле

ЧАЭС и концентрация Sr-90 быстро поднялась до 5920 Бк/м куб. за период с 2/10/94 до 2/14/94. В это время расход воды в Припяти был низкий — 520 м куб./сек. Затем с 3/27/94 до 4/22/94 наблюдался весенний паводок, и концентрация Sr-90 возросла до 2553 Бк/м куб. Расход воды в Припяти во втором случае был большой — до 1700 м куб./сек.

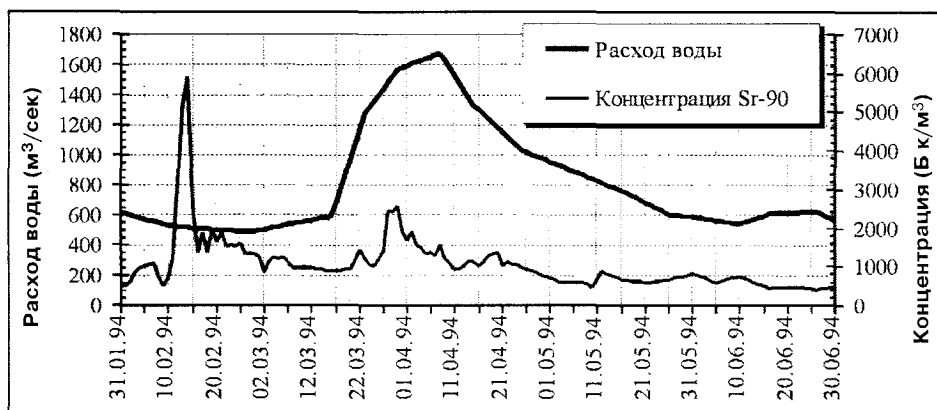


Рис.3. Динамика расхода воды и концентрации Sr-90 в Припяти

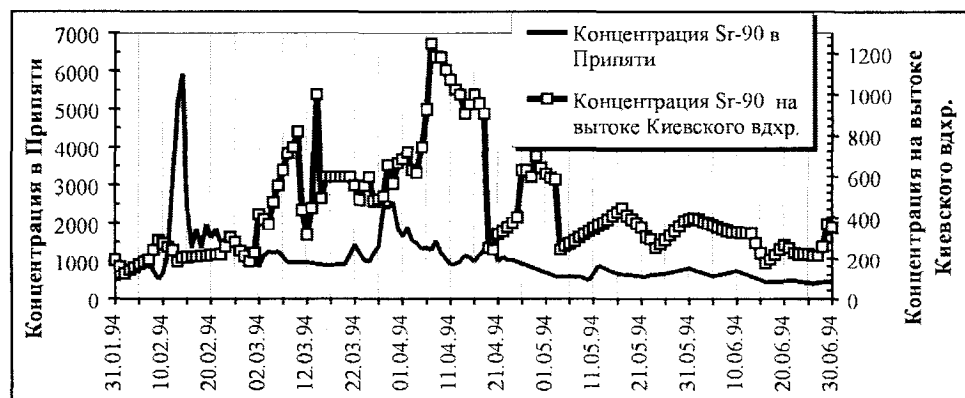


Рис.4. Концентрация Sr-90 в Припяти и на вытоке из Киевского водохранилища в 1994г.

Как можно видеть из рис.4, концентрации Sr-90 в Припяти и на вытоке из Киевского водохранилища имеют одинаковые пики, но с некоторым временным сдвигом. Первый запаздывает на 28 суток, а второй на 10 суток. Это связано с временем транспортировки загрязненной воды через водохранилище. В первом случае — слабый вток, слабый выток, малая скорость течения в водохранилище и большое время транспортировки загрязненной во-

ды, во втором — наоборот. Таким образом, полное и моментальное перемешивание (основное допущение КМПП) отсутствует. Загрязненные водные массы оказывают значительное влияние на вытоке водохранилища через временной интервал пропорциональный времени транспортировки. Так как второй пик стал больше первого, можно сделать заключение о перемешивании загрязненной воды в некоторой части водохранилища в процессе транспортировки. Количество загрязнителя, поступавшего с водами Припяти в единицу времени, в период затора было меньше, так как, не смотря на высокую концентрацию, очень низким был расход воды, и перемешивание в таком же объеме обеспечило концентрацию на вытоке меньше, чем во время паводка.

Из данных о концентрации на Sr-90 вытоке также следует, что среднемесячные и даже среднедекадные концентрации не являются представительными, так как концентрация может меняться в 2 — 4 раза в течение суток.

Усовершенствованная модель UNDBE с настраиваемыми параметрами

В уравнениях модели UNDBE перемешивание только в некоторой части объема камеры, которое происходит к моменту окончания транспортировки предлагается учесть путем замены в уравнениях (3), (5) — (7) V_i на V_i/n_e где, $1/n_e$ — действующая часть камеры, в которой происходит перемешивание. Кроме этого в уравнении (5) используется запаздывающий параметр T_i учитывающий время транспортировки. После подстановки уравнение (5) имеет вид

$$\frac{dC_i}{dt} = -C_i(t-T_i) \left[\lambda + \frac{n_e Q_*(t-T_i)}{V_i} \right] + \frac{n_e C_i}{V_i} \left(K_s a_{1,2} + K_d a_{1,3} \right) + \frac{n_e}{V_i} \left[\sum_{j=n}^m (Q_j(t-T_i)C_j(t-T_i)) + Q_{i-1}(t-T_i)C_{i-1}(t-T_i) + a_{1,2} C_i^s + a_{1,3} C_i^b \right] \quad (10)$$

Такая модификация приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом (T_i). Значение запаздывающего аргумента T_i можно вычислить через среднюю в камере скорость течения и длину камеры ($T_i = L_i/U_i = (L_i V_i)/(Q_i L_i) = V_i/Q_i$). Этот параметр обычно имеет переменную величину в связи с переменными значениями V_i и Q_i . В уравнениях модели UNDBE C_i , C_i^s , C_i^b — концентрации в растворе, на взвесах и в донных отложениях средние не для всего объема камеры, а лишь для объема V_i/n_e , находящегося на вытоке.

Как показано в [9], существуют очень эффективные методы численного решения систем дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами. В программной реализации модели UNDBE использована подобная процедура — RETARD с модификациями, выполненными автором, которые сделали возможным решение уравнений с переменными

значениями запаздывающего параметра. Процедура использует численный метод решения дифференциальных уравнений Дорманда и Принса.

Незначительное усложнение модели конечных объемов и использование эффективных процедур решения систем дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом позволяет осуществить моделирование динамики процесса распространения радионуклидов в каскаде шести днепровских водохранилищ в течение пяти месяцев за менее чем 1 секунду на Pentium II 300. Это в свою очередь делает возможным решение задачи параметрической идентификации модели.

Параметрическая идентификация и валидация модели UNDBE

Киевское водохранилище — 3,7 км куб., длина 70 км, четыре основных притока — Днепр, Припять, Уж, Тетерев, максимальная глубина 14,5 м, средняя глубина 4 м, моделировалось одной камерой. При моделировании использовались среднесуточные значения расходов воды, уровней воды в водохранилище и концентраций Sr-90. В качестве критерия был принят

$$\min \sum_i |C_e(t_i) - C(t_i)|, \quad i = 1, N \quad (11)$$

где $C_e(t_i)$ и $C(t_i)$ измеренная и вычисленная концентрация, t_i — моменты времени. Минимизация проводилась по шести параметрам: K_s , K_d , τ_s , τ_{ds} , τ_{sb} , τ_{dsb} . Седьмой параметр — n_e определялся в ручном режиме. Поиск оптимальных значений параметров проводился для наиболее

представительного с точки зрения полноты имеющихся данных измерений интервала от 3/1/94 до 5/10/94. Для поиска минимума функции шести параметров использовалась процедура RALG, алгоритм которой описан в

[10]. Опыт использования данной процедуры при поиске оптимальных наборов параметров для КМПП и UNDBE показал ее высокую эффективность при поиске минимума многоэкстремальной и многопараметрической функции. Время от начала поиска минимума до момента, когда изменения значений целевой функции становились менее 1% составляло от 15 до 20 минут на Pentium II 300.

На рис.5 представлены результаты идентификации в предположении, что эффективная толщина слоя донных отложений 3 мм, а начальная концентрация Sr-90 равна 80 Бк/кг.

Полученные в процессе идентификации значения параметров имеют следующие величины: $K_s = 600$ л/кг, $K_d = 335$ л/кг, $\tau_s = 7$ ÷ часов, $\tau_{ds} = 7$ ÷ часов, $\tau_{sb} = 19$ часов, $\tau_{dsb} = 8$ часов, $n_e = 12$.

Сравнение рис.2 и рис.5 показывает, что модель конечных объемов с запаздывающим параметром, учитывающая перемешивание поступающей воды в

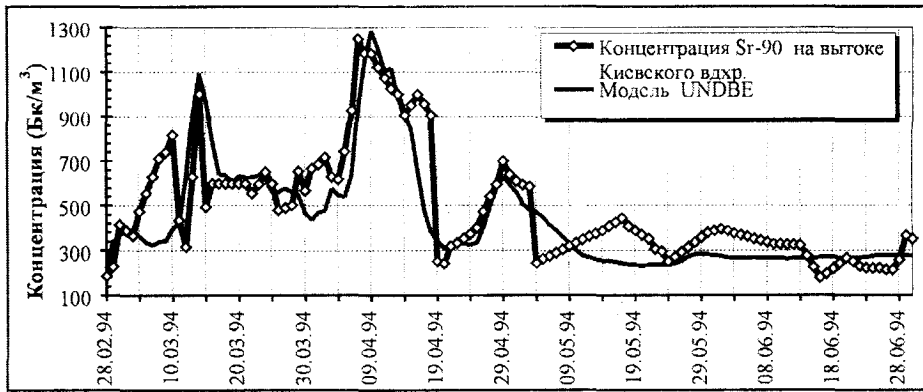


Рис.5. Динамика концентрации Sr-90 на вытоке из Киевского водохранилища

части объема, более точно описывает перенос загрязнителя в водохранилище.

Валидация модели UNDBE проведена на временном интервале январь — июнь 1991г. В конце января 1991г. на Припяти также имел место ледовый затор с выходом воды на загрязненную пойму и резким кратковременным повышением концентрации Sr-90, а ярко выраженный паводок не наблюдался. Максимальный расход воды в Припяти равнялся всего 846 м куб./сек. Для этого периода имеется представительный набор данных о концентрациях Sr-90 в Припяти, но измерения на вытоке Киевского водохранилища, проводившиеся различными организациями, имеют значительный разброс. На рис.6 представлены данные о концентрациях Sr-90 в Припяти, на вытоке из Киевского водохранилища (вместе с 25% разбросом) и результаты моделирования.

Совпадение пиков модельной и измеренной концентраций, а также совпадение значительного количества данных измерений, имеющих значительный разброс с модельными значениями, позволяет считать результаты удовлетворительными.

Оценка влияния режимов эксплуатации Киевской ГЭС на концентрацию Sr-90

Для оценки возможного влияния режима эксплуатации Киевской ГЭС на концентрацию Sr-90 на вытоке из Киевского водохранилища проводилось моделирование ситуаций 1994, 1991гг. по двум сцена-

риям. Первый (благоприятный) предусматривал постепенное наполнение Киевского водохранилища в процессе прохождения пика загрязнения от минимального уровня воды в водохранилище до максимального. Второй (неблагоприятный) предполагал работу Киевской ГЭС на приточных водах при поддержании минимального постоянного уровня воды в водохранилище. При

первом сценарии получается максимальное разбавление загрязненных вод к моменту окончания транспортировки при максимальном времени прохождения пика загрязнений по водохранилищу, а во втором, минимальное разбавление при меньшем времени прохождения. Результаты моделирования представлены на рис. 7, 8.

Расчеты показывают возможность изменения максимальных значений концентрации на 20% и временного сдвига на 18 суток. Возможность влиять на величину концентрации позволяет в экстремальных ситуациях снизить уровень концентрации ниже временно допустимого уровня (норматив ДР-97 [11] устанавливает ВДУ для Sr-90 равным 2000 Бк/м куб.). Так, для ситуации аналогичной 1991г., в зависимости от режима эксплуатации Киевской ГЭС концентрация могла достичь значения 1910 Бк/м куб или снижена до 1610 Бк/м куб. Возможность временного сдвига позволяет задержать либо ускорить прохождение пика загрязнения так, чтобы он попал под пик весеннего паводка на р.Десна и был дополнительно разбавлен ее чистой водой. Реализация этой возможности обеспечит снижение пиковых концентраций Sr-90 в нижележащих водохранилищах каскада.

Выводы

Модель UNDBE использует такие же входные данные, обладает почти той же простотой и малым временем реализации на ЭВМ, как и обычная КМПП. Это делает возможным использовать ее для различных прогностических задач, оценки длительности и интенсивности действия загрязнителя, решения задач оптимального управления каскадом водохранилищ. Наличие блока параметрической идентификации позволяет отыскивать наборы параметров, при которых модель наиболее адекватно описывает транспорт загрязнителя, что в свою очередь способствует

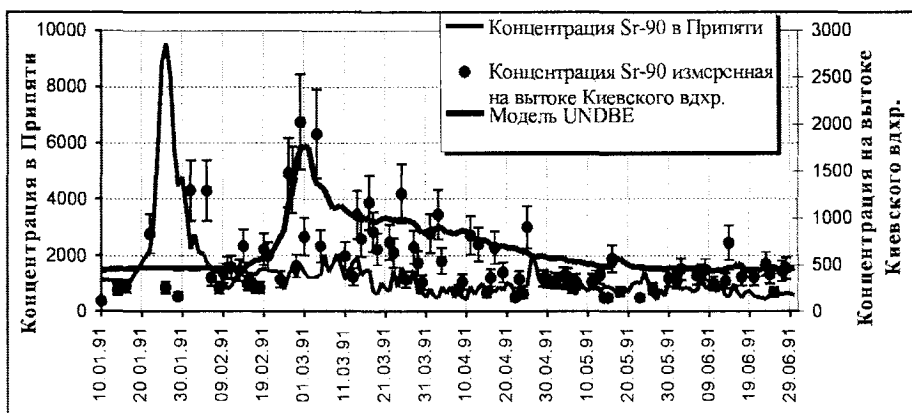


Рис.6. Концентрация Sr-90 в Припяти и на вытоке из Киевского водохранилища в 1991г.

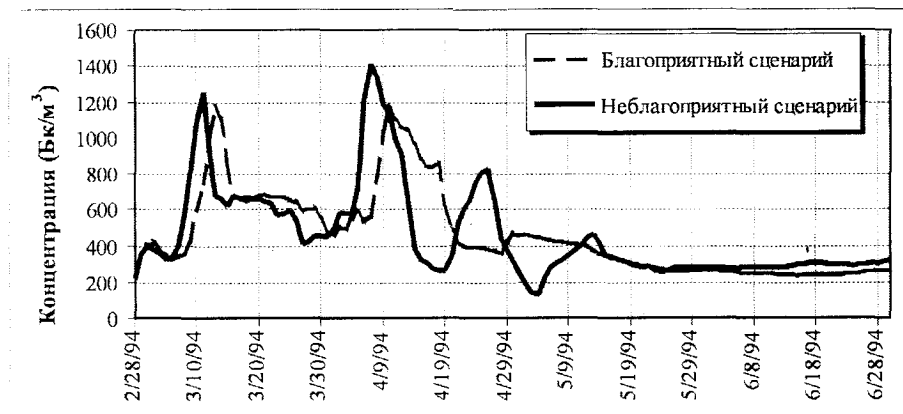


Рис.7. Влияние режимов эксплуатации Киевской ГЭС в ситуации 1994г

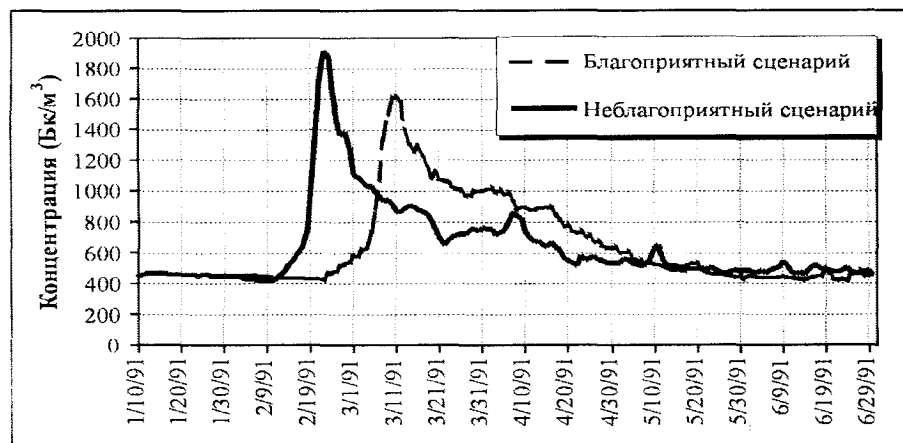


Рис.8. Влияние режимов эксплуатации Киевской ГЭС в ситуации 1991г

росту точности модели и делает принципиально возможной ее настройку к конкретному водоему и типу загрязнителя, как по уже имеющимся измерениям, так и непосредственно в процессе моделирования возможных выбросов загрязнений. Режим эксплуатации Киевской ГЭС оказывает значительное влияние на концентрацию и время прохождения загрязнения по водохранилищу. Этот фактор может использоваться в качестве водоохранного мероприятия [11] не требующего дополнительных капиталовложений.

Благодарность.

Автор пользуется приятной возможностью выразить благодарность сотрудникам УкрНИГМИ, а также департамента Гидрометеорологической службы и Мониторинга Минэкоресурсов Украины за любезно предоставленные результаты радиологических и гидрологических измерений.

1. IAEA, Safety Series N50-SG-S6. Hydrological Dispersion of Radioactive Material in Relation to Nuclear Power Plant Siting, Vienna, 1985, 116p.

2. Rauch W., Henze M., Koncsos L., Reichert P., Shanahan P., Somlyody L., Vanrolleghem P. River water quality modeling: I. state of the art // Water Science and Technology. — 1998. — V. 38/11. — P. 237-244.

3. Whicker F.W., Shaw G., Voigt G., Holm E. Radioactive contamination: state of the science and its application to predictive models // Environmental Pollution. — 1999. — V. 100 (1-3). — P. 133-149.

4. Morozov A., Zheleznyak M., Aliev K., Bilotkach U., Voitsekhoitch O. Prediction of radionuclide migration in the Pripjat River and Dnieper Reservoirs and decision support of water protection measures on the basis of mathematical modeling. Proc. International Conference "One Decade after Chernobyl: Summing up the Radiological Consequences of the Accident", Vienna, Austria 8-12 April 1996.

5. Zheleznyak M., Demchenko R., Khursin S., Kuzmenko Yu., Tkalic P., Vitjuk N. Mathematical Modeling of Radionuclide Dispersion in the Pripjat-Dnieper Aquatic System after the Chernobyl Accident // The Science of the Total Environment. — 1992. — V. 112. — P. 89-114.

6. Bijker E.W. Some considerations about scales for coastal models with movable bed // Delft Hydr. Lab., Publ. — 1968. — № 50.

7. Marinets A., Sizonenko V., Papush L., Tschurillovits M., Zheleznyak M. Validation of Models for Radionuclide Migration in Rivers and Reservoirs. Proc. Int. Symp. Vienna, IAEA-SM-339, IAEA (1995), p.330-331.

8. Радиогеоэкология водных объектов зоны влияния аварии на Чернобыльской АЭС / Государственный комитет Украины по гидрометеорологии; НАН Украины. - К., Чернобыльинтеринформ, 1997. Т. 1: Мониторинг радиоактивного загрязнения природных вод Украины. - 307с.

9. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи: Пер. с англ. - М.: Мир, 1990. - 593с.

10. Шор Н. З., Стеценко С. И. Квадратичные экстремальные задачи и недифференцируемая оптимизация. — Киев: Наукова Думка, 1989. - 285с.

11. Радиогеоэкология водных объектов зоны влияния аварии на Чернобыльской АЭС / Государственный комитет Украины по гидрометеорологии; НАН Украины. - К., Чернобыльинтеринформ, 1998. Т. 2: Прогнозы загрязнения вод, оценки рисков водопользования и эффективности водоохраных контрмер для водных экосистем зоны влияния Чернобыльской аварии. - 277с.