

УДК 621.316.1.017

А.П. ЛЕВЧУК, канд. техн. наук (Институт общей энергетики НАН Украины, Киев)

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ В ЛИНИИ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ ПРИ АППРОКСИМАЦИИ НАГРУЗОК ПО НОРМАЛЬНОМУ ЗАКОНУ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Увеличение объема исходной информации позволяет последовательно переходить к трём видам аппроксимаций распределения нагрузок с повышением точности расчета потерь электроэнергии в распределительной сети.

Из существующих подходов к расчету технологических потерь электроэнергии (ТПЭ) в распределительной сети (РС) как наиболее точные следует выделить поэлементные расчеты, однако их применение проблематично из-за большого числа элементов РС и отсутствия полной информации о распределении потоков мощности в них.

Из детерминированных подходов, в которых стараются обойти этот недостаток, следует отметить – ввиду его простоты и наглядности – подход с аппроксимацией нагрузки, распределенной вдоль линии равномерно.

На рис. 1 представлены линии с одинаковыми входными токами, но с различным местоположением основного сосредоточения нагрузок (математическим ожиданием и дисперсией распределения нагрузок вдоль линии).

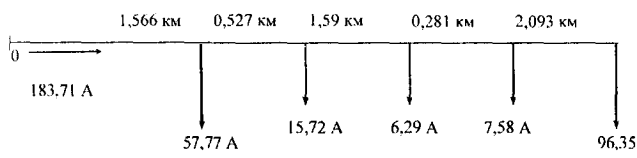


Рис. 1а

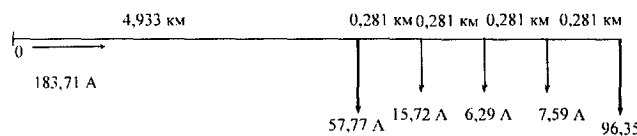


Рис. 1

При этом реальные потери в линии на рис. 1а, рассчитанные поэлементно, равны:

$$\Delta P_p = 3\rho \sum_{j=1}^n I_j^2 x_j = 252,6 \text{ кВт},$$

где $\rho = 0,8175 \text{ Ом/км}$ – погонное сопротивление линии; I_j , x_j – токи и длины элементов линии (рис. 1); $j = 1, n$ – количество ответвлений в линии.

Потери, рассчитанные для этой же линии (рис. 1а) по аппроксимации равномерно распре-

деленной нагрузкой [1], равны:

$$\Delta P_{pp} = I_{Bx}^2 \rho \sum_{j=1}^n x_j = 167,1 \text{ кВт},$$

где I_{Bx} – входной ток линии (ток приемного конца линии).

При этом погрешность определения потерь равна:

$$\Delta P_{pp} \% = \frac{\Delta P_p - \Delta P_{pp}}{\Delta P_p} \times 100\% = 33,8\%.$$

Реальные потери электрической мощности в линии на рис. 1б, рассчитанные поэлементно, равны:

$$\Delta P_p = 3\rho \sum_{j=1}^n I_j^2 x_j = 441,5 \text{ кВт}.$$

Потери, рассчитанные с аппроксимацией равномерно распределенной нагрузкой, при этом не изменились, поскольку не изменился входной ток. При этом погрешность определения потерь составит:

$$\Delta P_{pp} \% = \frac{\Delta P_p - \Delta P_{pp}}{\Delta P_p} \times 100\% = 62,14\%.$$

Отсюда следует, что аппроксимация равномерно распределенной нагрузкой является не всегда достаточно точной и годится только в одном случае – когда нагрузок много, они одного порядка и приблизительно равномерно распределены вдоль линии.

В [2] рассмотрена аппроксимация нагрузки вдоль линии распределительной сети нормальным законом распределения вероятностей, которая позволяет учитывать, в отличие от аппроксимации равномерно распределенной нагрузкой, положение максимума распределения нагрузок вдоль линии математическим ожиданием и дисперсией нормального распределения. Представляет интерес оценить эффективность использования такой аппроксимации по отношению к другим представлениям нагрузок (равномерно

распределенной, аппроксимацией сосредоточенной нагрузкой), а также в практических расчетах. При этом основное расчетное соотношение имеет вид [2]:

$$\Delta P = 3I^2 r \left\{ m + 2 \frac{\mu}{A\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{2} e^{-\frac{m^2}{2\mu^2}} - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{m}{\mu}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1-m}{\mu}\right)}{A} \right] \right\} \quad (1)$$

где ΔP — суммарные потери в линии длиной L ; I — входной ток линии; r — сопротивление одного из трех проводов линии; m — математическое ожидание аппроксимации с нормальным законом распределения вероятностей; $\mu = \sigma/L$ — отношение дисперсии к длине линии;

$$A = \operatorname{erf}\left(\frac{m}{\mu\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1-m}{\mu\sqrt{2}}\right).$$

Используя основное расчетное соотношение (1), определим потери в линии на рис. 1а с аппроксимацией распределения нагрузок в ней в соответствии с нормальным законом распределения вероятностей. При этом математическое ожидание токов нагрузок линии равно [3]:

$$m = \frac{\sum_{j=1}^n (I_j \cdot x_j)}{L \sum_{j=1}^n I_j} = 0,695;$$

и дисперсия:

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^n (x_j - mL)^2 I_j = 4,384 \text{ км}^2; \sigma = 2,094 \text{ км};$$

$$\text{где: } I_1'' = I_1 / \sum_{i=1}^n I_i = 0,3145; I_2'' = 0,0857; I_3'' = 0,0342;$$

$$I_4'' = 0,04126; I_5'' = 0,5245; \mu = \sigma/L = 0,3457.$$

Используя (1), найдем потери активной мощности в рассматриваемой линии электрической передачи (рис. 1б):

$$\Delta P_{\text{рп}} = 231,6 \text{ кВт.}$$

При этом погрешность определения потерь равна:

$$\Delta P_{\text{рп}} \% = \frac{\Delta P_p - \Delta P_{\text{рп}}}{\Delta P_p} \times 100\% = 8,31\%.$$

Аналогично находим эти же величины для линии на рис. 1б.

$$m = 0,9246; \sigma = 0,5137; \mu = 0,08481; \Delta P_{\text{рп}} = 431,0 \text{ кВт.}$$

$$\Delta P_{\text{рп}} \% = \frac{\Delta P_p - \Delta P_{\text{рп}}}{\Delta P_p} \times 100\% = 2,71\%.$$

Если построить кривую, пропорциональную квадрату тока, протекающего в данной точке ли-

нии, то ТПЭ при этом будут пропорциональны площади, ограниченной этой кривой. На рис. 2 представлены кривые, пропорциональные квадрату тока для линий на рис. 1а и 1б (масштаб по квадрату тока — $m^2 = 337,5 \text{ А}^2/\text{мм}$; масштаб по длине линии — $m_L = 5,084 \cdot 10^{-2} \text{ км}/\text{мм}$), где наибольшая высота первого прямоугольника соответствует квадрату тока на первом участке линии ($I_1^2 = 183,71^2 \text{ А}^2$), высота второго прямоугольника — квадрату тока на втором участке ($I_2^2 = (183,71 - 50)^2 \text{ А}^2$) и т.д. Умножая высоту прямоугольника (в относительных единицах) на сопротивление участка (равное произведению удельного сопротивления на длину участка), получим величину ТПЭ для этого участка (в относительных единицах). Как следует из вышеприведенного расчета (и видно из рис. 2), ТПЭ в линии на рис. 1б более чем в полтора раза больше, чем в линии на рис. 1а. При аппроксимации равномерно распределенной нагрузкой эта разница не отмечается, так как в данном случае ТПЭ имеет одинаковое значение (кривая 1 на рис. 2) для обеих линий, поскольку одинаков входной ток и, соответственно, большая погрешность в определении ТПЭ в вышеприведенном расчете.

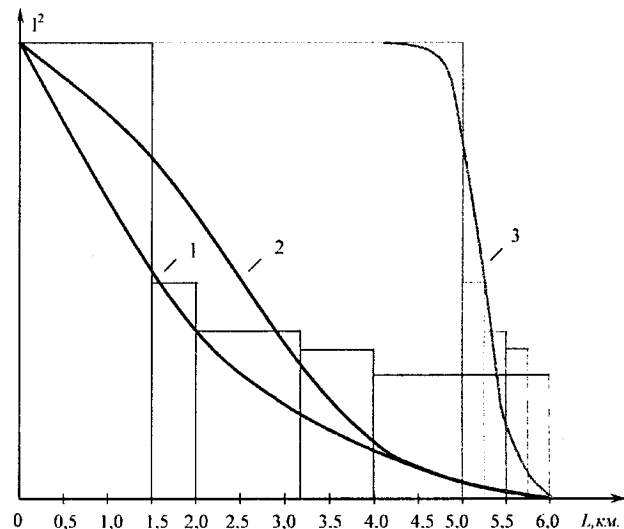


Рис. 2

При аппроксимации нормальным законом учитывается местоположение основного сосредоточения нагрузок, что вытекает из вышеприведенного расчета, а также из рис. 2 (кривая 2 соответствует ТПЭ в линии на рис. 1а, кривая 3 — ТПЭ в линии на рис. 1б).

Повысить еще больше точность расчета возможно, если дополнительно учесть информацию о выходном из линии токе или, иными словами, о части тока, проходящей через линию транзитом.

На рис. 1 это ток $I_{\text{вх}}=96,35$ А. Для учёта транзитного тока вводится коэффициент $a = \frac{I_{\text{вх}}}{I}$, определяющий часть выходного из линии по отношению к входному. Математической модели линии в этом случае соответствует рис. 3.

Вывод основного расчетного соотношения для расчета потерь в этом случае аналогичен приведенному в [1] и имеет следующий вид:

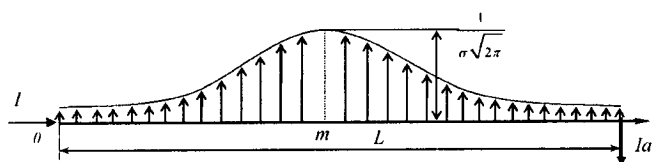


Рис. 3

$$\Delta P = 3I^2r \left\{ a^2 + 2a(1-a) \left[m + \frac{\mu}{A} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(e^{-\frac{m^2}{2\mu^2}} - e^{-\frac{(1-m)^2}{2\mu^2}} \right) \right] + (1-a)^2 \left\{ m + 2 \frac{\mu}{A} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[e^{-\frac{m^2}{2\mu^2}} - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{m}{\mu}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1-m}{\mu}\right)}{A\sqrt{2}} \right] \right\} \right\} \quad (2)$$

Используя данное соотношение, а также рассчитав промежуточные параметры и коэффициенты:

$$m = \frac{\sum_{j=1}^n (I_j \cdot x_j)}{L \sum_{j=1}^n I_j} = 0,3337; mL = 2,021;$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - mL)^2 I_j}{\sum_{j=1}^n I_j} = 0,6643 \text{ км}^2; \sigma = 0,815 \text{ км};$$

где: $I_1'' = I_1 / \sum_{j=1}^n I_j = 0,6613; I_2'' = 0,1799; I_3'' = 0,072; I_4'' = 0,0868; \mu = \sigma/L = 0,13456; a = \frac{I_{\text{вх}}}{I} = 0,5245;$

найдем, что потери в линии на рис. 1 равны $\Delta P_{\text{рл}} = 251,7$ кВт.

При этом погрешность определения потерь равна:

$$\Delta P_{\text{рл}} \% = \frac{\Delta P_{\text{р}} - \Delta P_{\text{рл}}}{\Delta P_{\text{р}}} \times 100\% = 0,363\%.$$

Аналогично производим расчет потерь в линии на рис. 1б: $m = 0,842; mL = 5,1$ км; $\sigma^2 = 0,01717$ км²; $\sigma = 0,268$ км; $\mu = 0,0442; \Delta P_{\text{рл}} = 440,9$ кВт; $\Delta P_{\text{рл}} \% = 0,012\%$.

Таким образом, из приведенных примеров расчета ТПЭ в линиях видно, что наличие только информации о входном токе дает наибольшую погрешность в определении ТПЭ. Привлечение дополнительной информации о местоположении сосредоточенной нагрузки и её относительной

величине (возможно представление распределения нагрузки нормальным законом распределения вероятностей) уменьшает эту погрешность. Ещё больше уменьшается погрешность при получении дополнительной информации о токе транзита (возможно представление распределения нагрузки вдоль линии нормальным законом распределения вероятностей с отдельным учётом транзитного тока).

Наконец, оценим влияние на результат пределов изменения основных параметров нормального распределения – математического ожидания и дисперсии. Очевидно, что $0 \leq m \leq 1$. Для определения изменения дисперсии необходимо проанализировать её возможные величины при любом наборе нагрузок. При одной нагрузке математическое ожидание совпадает с её местоположением. При этом дисперсия принимает своё наименьшее значение, равное нулю. При двух нагрузках дисперсия принимает своё максимальное значение, равное $\sigma = 0,5L$ (крайний вариант здесь – размещение нагрузки в начале и конце линии).

Для оценки эффективности использования обоих упомянутых соотношений – (1) и (2) для расчета ТПЭ ниже приведен сравнительный анализ методической и относительной погрешности, возникающей при их применении. При этом использована аппроксимация трёх видов, в т.ч. равномерно распределенной нагрузкой, сосредоточенной и с нормальным законом распределения.

Методическая погрешность. Для сосредоточенной нагрузки имеем:

$$\delta(\Delta P)\% = \frac{\Delta P_{\text{max}} - \Delta P_{\text{min}}}{\Delta P_{\text{max}}} \times 100\% = \frac{3I^2r - 0}{3I^2r} \times 100\% = 100\% \quad (3)$$

Для аппроксимации равномерно распределенной нагрузкой методическую погрешность установить не представляется возможным.

Для аппроксимации распределения нагрузок вдоль линии нормальным законом распределения вероятностей имеем:

$$\delta(\Delta P)\% = \frac{\Delta P_{(m=1)} - \Delta P_{(m=0)}}{\Delta P_{(m=1)}} \times 100\% = \frac{1 + 2 \frac{\mu}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(e^{-\frac{1}{2\mu^2}} - 1 \right)}{1 + 2 \frac{\mu}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \sqrt{\pi} \left(\sqrt{2} e^{-\frac{1}{2\mu^2}} - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \right)} \times 100\%$$

Значения методической погрешности δ в функции от μ представлены в табл. 1.

Таблица 1

| | | | | | | | | | |
|--------------|-----|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| μ | 0 | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,26 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| $\delta, \%$ | 100 | 97,5 | 94,73 | 91,56 | 87,92 | 82,8 | 78,86 | 67,52 | 55,82 |

Следует учесть, что когда $\mu = 0$, т.е. случай со сосредоточенной нагрузкой, вышеописанная аппроксимация включает в себя аппроксимацию со сосредоточенной нагрузкой.

При аппроксимации распределенной вдоль линии нагрузки нормальным законом распределения вероятностей с дополнительным выходным током имеем:

$$\delta(\Delta P)\% = \frac{\Delta P_{(m-1)} - \Delta P_{(m-0)}}{\Delta P_{(m-1)}} \times 100\% = 100\% \times \left\{ (1-a)^2 \left[1 + 2 \frac{\mu}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(e^{-\frac{1}{2\mu^2}} - 1 \right) \right] + \left[a^2 + 2a(1-a) \left[1 + \frac{\mu}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(e^{-\frac{1}{2\mu^2}} - 1 \right) \right] + (1-a)^2 \left[1 + 2 \frac{\mu}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(e^{-\frac{1}{2\mu^2}} - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \right) \right] \right\}$$

Значения методической погрешности δ в функции величин μ и a представлены в табл. 2.

Таблица 2

| | | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $a \setminus \mu$ | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| 0 | 97,52 | 94,73 | 94,56 | 87,92 | 83,72 | 78,87 | 67,52 | 55,82 |
| 0,1 | 96,19 | 93,04 | 89,5 | 85,49 | 80,88 | 75,67 | 63,82 | 52,03 |
| 0,2 | 92,88 | 89,42 | 88,57 | 81,24 | 76,36 | 70,9 | 58,85 | 47,32 |
| 0,3 | 87,63 | 83,93 | 79,85 | 75,34 | 70,31 | 64,76 | 52,88 | 41,92 |
| 0,4 | 80,47 | 76,64 | 72,47 | 67,91 | 62,9 | 57,46 | 46,15 | 36,07 |
| 0,5 | 71,49 | 67,64 | 63,53 | 59,12 | 54,33 | 49,23 | 38,88 | 29,97 |
| 0,6 | 60,6 | 57 | 53,18 | 49,1 | 44,78 | 40,23 | 31,26 | 23,78 |
| 0,7 | 47,98 | 44,82 | 41,51 | 38,05 | 34,42 | 30,66 | 23,44 | 17,6 |
| 0,8 | 33,63 | 31,19 | 28,68 | 26,08 | 23,4 | 20,68 | 15,56 | 11,54 |
| 0,9 | 17,62 | 16,22 | 14,8 | 13,35 | 11,88 | 10,41 | 7,72 | 5,66 |

Из табл. 2 и соотношения (3) видно, что аппроксимация нагрузки нормальным законом распределения вероятностей позволяет получить более точный результат расчета ТПЭ по сравнению с представлением нагрузки в виде сосредоточенной, причём, как видно из табл. 2, при увеличении коэффициентов μ и a (для аппроксимации по нормальному закону с учётом транзитного тока) точность расчета ТПЭ увеличивается.

Относительная погрешность. Относительная погрешность $\delta(\Delta P)\%$ приведена к случаю наилучшего, со сосредоточенной нагрузкой, результату, когда $\Delta P = \Delta P_{\max} = 3I^2r$, и для аппроксимации равномерно распределенной нагрузкой, когда $\Delta P = \Delta P_{\min} = Ir$.

$$\delta(\Delta P)\% = \frac{3I^2r - Ir}{3I^2r} \times 100\% = 67\%. \quad (4)$$

Для аппроксимации распределенной вдоль линии нагрузки нормальным законом распределения вероятностей относительная погрешность уменьшается с ростом коэффициента μ , табл. 3:

$$\delta(\Delta P)\% = \frac{3I^2r - \Delta P_{\max(m-1)}}{3I^2r} \times 100\% = 2 \frac{\mu}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\frac{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} - \sqrt{2} e^{-\frac{1}{2\mu^2}} \right] \times 100\%$$

Таблица 3

| | | | | | | | |
|--------------|---|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| μ | 0 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| $\delta, \%$ | 0 | 5,64 | 11,28 | 22,56 | 33,72 | 43,42 | 50,32 |

Для аппроксимации распределенной вдоль линии нагрузки нормальным законом распределения вероятностей и учётом транзитного тока имеем:

$$\delta(\Delta P)\% = \frac{3I^2r - \Delta P_{\max(m-1)}}{3I^2r} \times 100\% = 2 \frac{\mu}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[(1-a)^2 \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu}\right)}{\sqrt{2} \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\right)} + a(1-a) - (1-a)e^{-\frac{1}{2\mu^2}} \right] \times 100\%$$

Значения относительной погрешности δ в функции величин μ и a представлены в табл. 4.

Таблица 4

| | | | | | | | | |
|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $a \setminus \mu$ | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| 0 | 5,64 | 11,28 | 16,93 | 22,56 | 28,2 | 33,72 | 43,42 | 50,32 |
| 0,1 | 5,29 | 10,58 | 15,86 | 21,15 | 26,43 | 31,61 | 40,73 | 47,27 |
| 0,2 | 4,89 | 9,77 | 14,66 | 19,55 | 24,42 | 29,22 | 37,67 | 43,78 |
| 0,3 | 4,44 | 8,88 | 13,32 | 17,76 | 22,69 | 26,51 | 34,25 | 39,84 |
| 0,4 | 3,95 | 7,89 | 11,84 | 15,75 | 19,72 | 23,56 | 30,46 | 35,47 |
| 0,5 | 3,4 | 6,81 | 10,22 | 13,62 | 17,02 | 20,34 | 26,3 | 30,65 |
| 0,6 | 2,8 | 5,64 | 8,45 | 11,27 | 14,05 | 16,83 | 21,78 | 25,4 |
| 0,7 | 2,18 | 4,37 | 6,55 | 8,73 | 10,91 | 13,04 | 16,88 | 19,71 |
| 0,8 | 1,5 | 3 | 4,5 | 6 | 7,51 | 8,98 | 11,62 | 13,57 |
| 0,9 | 0,77 | 1,55 | 2,32 | 3,1 | 3,87 | 4,63 | 6 | 7 |

Из соотношения (4) и табл. 4 следует, что аппроксимация нагрузки нормальным законом распределения вероятностей позволяет получить более точный результат расчета ТПЭ по сравнению с аппроксимацией равномерно распределённой нагрузкой. Причём точность прямо пропорционально зависит от коэффициента a и обратно пропорционально коэффициенту μ .

Выводы

1. Погрешность определения технологических потерь электроэнергии для отдельной линии распределительной сети зависит от наличия трёх основных видов исходной информации: о величине входного тока линии, информации об отдельных токах нагрузок линии и величине транзитного тока линии распределительной се-

ти. Причем больший объем исходной информации позволяет получить большую точность расчета потерь.

2. В первом случае удобнее использовать аппроксимацию с равномерно распределенной нагрузкой, во втором — аппроксимацию с представ-

лением распределения нагрузки вдоль линии нормальным законом распределения вероятностей, в третьем — аппроксимацию с представлением распределения нагрузки вдоль линии нормальным законом распределения вероятностей с отдельным учётом транзитного тока.

1. Поспелов Г.Э., Сыч Н.М. Потери мощности и энергии в электрических сетях / Под. ред. Поспелова Г.Э. — М.: Энергоатомиздат, 1981. — 16 с.

2. Левчук А.П. Аппроксимация графика нагрузки распределительной сети в соответствии с нормальным законом распределения // Проблемы загальної енергетики. — 2002. — №7. — С. 57-59.

3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для учащихся вузов. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. — 1981. — 720 с.