

СТРУКТУРНА БУДОВА ТА РОЗРАХУНКОВІ ОСНОВИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДВОМЕРЕЖНОЇ СИСТЕМИ ТРАНСПОРТУВАННЯ Й РОЗПОДІЛУ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПРОДУКТІВ ПІДПРИЄМСТВА ВОДОПОСТАЧАННЯ І ВОДОВІДВЕДЕННЯ

Показано можливості побудови балансово-оптимізаційної моделі виробничого типу для розрахунків взаємопов'язаних процесів розподілу енергетичних продуктів — води та електрики. Запропоновано структуровані моделі елементів мереж транспортування й розподілу енергетичних продуктів, призначені для створення багатопродуктової економіко-математичної моделі взаємозв'язаних мережних систем. Визначено множину параметрів розроблених структурованих об'єктів і виявлено їхній зв'язок з системою понять моделей виробничого типу.

Ключові слова: взаємозв'язані мережі, багатопродуктова модель виробничого типу, структуровані елементи мереж

Важливість впровадження комплексних техніко-економічних рішень, спрямованих на вдосконалення систем постачання й розподілу води, підвищення енергоефективності підприємств водопостачання, висвітлена в багатьох працях сучасних дослідників [1–3]. Серед сучасних методів моделювання таких систем умовно виокремлюють групу суто математичних методів (методи контурних витрат/струмів і вузлових тисків/напруг, геометричних інтерпретацій/графів, потокове програмування тощо [4]), а також методи побудови відображень, що застосовують засоби відображення *геоінформаційних систем* (ГІС-методи) [3]. Для впровадження комплексних рішень застосовують об'єктно-орієнтовані засоби, які дозволяють розробити *уніфіковану інформаційно-графічну модель* системи й виконувати розрахунки на підставі візуального зображення мережі. Метод схемно-структурної оптимізації розгалужених багатоконтурних розподільних систем — це один з широко вживаних методів у практиці інженерних досліджень проблем аналізу й синтезу структур розгалужених мереж продукто-проводів — теплових і водопровідних магістралей чи замкнених мереж [4], а також електричних кіл. Але недоліком цього методу є обмежені можливості його використання для діючих систем водопостачання, перш за все для економіко-математичного аналізу їхньої енергоефективності.

Метою даної роботи є розробка основних засад побудови економіко-математичної моделі розгалуженої інженерної транспортної системи,

що складається з двох *взаємозв'язаних* підсистем транспортування і розподілу енергетичних продуктів — у напрямі побудови структурованих елементів мережі, узгоджених з *системою понять багатопродуктової балансово-оптимізаційної моделі виробничого типу* [5].

Традиційні уявлення про *потокорозподіл* в одномережній системі транспортування і розподілу матеріальних продуктів нерозривного типу (наприклад, вода, електрика тощо) є основою для складання вихідної системи рівнянь з урахуванням законів збереження маси й енергії у розподільних мережах — електричних, газотранспортних, теплових мережах, водопровідних тощо. У вузлах виконуються умови консервативності: а) збереження маси й потоків для нестискуваних середовищ, чи заряду — тобто умови матеріального балансу; б) збереження енергії потоків. В основу вихідних рівнянь покладемо умови матеріального балансу, тобто балансу потоків мережі

$$Q_{i,\Sigma} = Q_{i,\text{спожив}} - Q_{i,\text{вироб}}, i = 1, N_{\text{вузлів}} \quad (1)$$

де $Q_{i,\Sigma}$ — алгебраїчна сума вхідних і вихідних потоків вузла i ; $Q_{i,\text{спожив}}$, $Q_{i,\text{вироб}}$ — відповідно власні споживання й виробітки вузла i ; $N_{\text{вузлів}}$ — кількість вузлів фрагмента мережі.

Для лінії справедливим є співвідношення [6]

$$H_i - H_j = f(Q_r) = 1, N_{\text{ліній}} \quad (2)$$

де H_i , H_j — потенціальні характеристики (напори у випадку продукту вода або вузлові потенціали електричної мережі) вузлів i, j відповідно; $f(Q_r)$ — втрати потенціалу, що залежить від потоку в лінії r , r — індекс лінії, що з'єднує вузли i та j ; $N_{\text{ліній}}$ — кількість ліній в мережі.

Система рівнянь (1) і (2) подає закони поточкорозподілу в мережах будь-якої природи і використовується для побудови точних математичних моделей мережних систем. Рівняння (1) забезпечує матеріальний баланс у системі, а співвідношення (2) виражає закон збереження енергії. Натомість економіко-математичні моделі виробничого типу, зокрема в моделі Леонт'єва—Канторовича—Кумпанса (надалі — модель) [5], використовується поняття коефіцієнтів витрат або втрат продуктів у технологічних способах.

Традиційні для точних математичних моделей, що спираються на розрахункові схеми мереж, абстрактні поняття вузла і лінії представимо у системі понять техніко-економічних моделей — певних модельних конструкцій. Для цього співставимо елементам мережі — лініям та вузлам — технологічні способи та інгредієнти (продукти). На рис. 1 показано фрагмент схеми заміщення ланцюга деякої мережі, що складається з вузла та приєднаної до нього лінії — ребра. Кожен елемент мережі характеризується технологічним коефіцієнтом g_r — для ребра r , g_i — для вузла з номером i .

$$P_{i,\Sigma} = P_{i, \text{вироб}} + \sum_{r \in \Omega_{i, \text{вх}}} P_{ir, \text{вх}}, \quad i = 1, N_{\text{вузлів}}; \quad (3)$$

$$g_i P_{i,\Sigma} = \sum_{r \in \Omega_{i, \text{вх}}} P_{ir, \text{вх}} + P_{i, \text{спожив}}, \quad i = 1, N_{\text{вузлів}}; \quad (4)$$

$$P_{ir, \text{вх}} \Big|_{r \in \Omega_{i, \text{вх}}} = g_r P_{kr, \text{вх}} \Big|_{r \in \Omega_{k, \text{вх}}}, \quad r = 1, N_{\text{ліній}}, \quad (5)$$

де $\Omega_{i, \text{вх}}$ — множина ребер з вхідними потоками для вузла i ; $\Omega_{i, \text{вх}}$ — множина ребер з вихідними потоками для вузла i .

Формально рівняння (3) — (5) відображають баланс потоків продуктів, що є вхідними й вихідними для вузла — рівняння (3), (4) й ребра — (5). Модель загального вигляду опишемо на основі рівнянь балансу продуктів мережної системи. Зобразимо неподільний елемент розподільної мережі — вузол із номером i (рис. 2) із сукупністю приєднаних ребер — в термінах техніко-економічної моделі виробничого типу. На рис. 2 позначено вузол i схеми заміщення мережі, а також множини $\Omega_{i, \text{вх}}$ й $\Omega_{i, \text{вх}}$ приєднаних до нього ліній. З точки зору економіко-математичного моделювання кожен елемент мережі (вузол, ребро) являє собою „техспосіб” за Канторовичем, що характеризується технологічними коефіцієнтами. Сусідні вузли позначені номерами m та k .

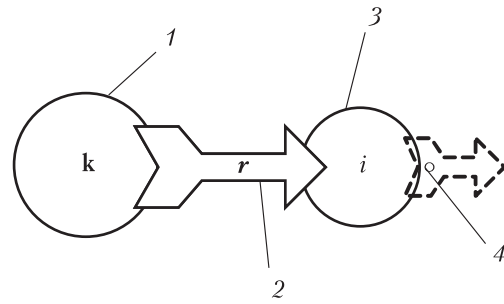


Рис. 1. Схема заміщення ланцюга мережі з позначенням руху потоків продуктів техніко-економічної моделі: 1 — ребро r з технологічним коефіцієнтом g_r , для якого: $P_{kr, \text{вх}}$ — вхідний потік продукту ребра r ; потік у ребрі r є вихідним для вузла k , 2 — $P_{ir, \text{вх}}$ — вихідний потік продукту ребра r ; в свою чергу, потік продукту в ребрі r є вхідним для вузла i , 3 — вузол i з технологічним коефіцієнтом g_i , для якого $P_{i, \text{вироб}}$ — власний виробіток продукту у вузлі i ; $P_{i, \text{спожив}}$ — власне споживання продукту у вузлі i ; 4 — $P_{is, \text{вх}}$ — вхідний потік продукту ребра з номером s

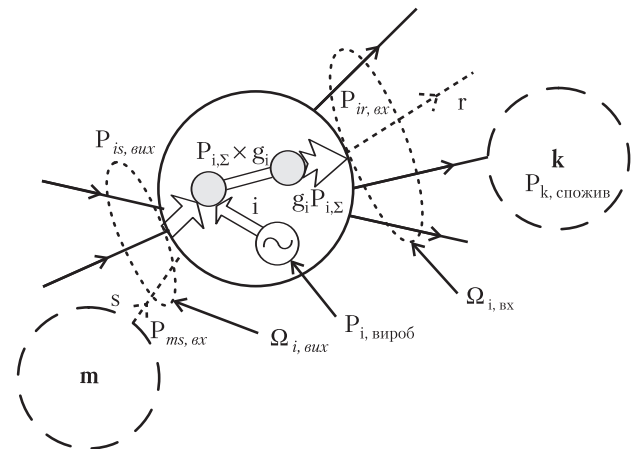


Рис. 2. Схема деталізованої техніко-економічної моделі продуктових потоків у вузлі

З урахуванням прийнятих позначень на рис. 1 і 2 систему рівнянь балансу продуктів однографової моделі (рис. 3) запишемо наступним чином:

$$P_{i, \text{вироб}} + \sum_{r \in \Omega_{i, \text{вх}}} P_{ir, \text{вх}} - P_{i,\Sigma} = 0, \quad i = 1, N_{\text{вузлів}}; \quad (6)$$

$$g_i P_{i,\Sigma} - \sum_{r \in \Omega_{i, \text{вх}}} P_{ir, \text{вх}} = P_{i, \text{спожив}}, \quad i = 1, N_{\text{вузлів}}; \quad (7)$$

$$-P_{ir, \text{вх}} \Big|_{r \in \Omega_{i, \text{вх}}} + g_r P_{kr, \text{вх}} \Big|_{r \in \Omega_{k, \text{вх}}} = 0, \quad r = 1, N_{\text{ліній}} \quad (8)$$

$g_i = 1 - \frac{\Delta P_i}{P_{i,\Sigma}}$, $g_r = 1 - \frac{P_{kr, \text{вх}} - P_{ir, \text{вх}}}{P_{kr, \text{вх}}}$ — технологічні коефіцієнти техспособів вузла i ребра мережі відповідно.

Рівняння (6)–(7) описують баланси потоків вузла i , а (8) – баланс ребра r мережної системи у форматі запису моделі виробничого типу. Ці рівняння слугують основою для запису системи рівнянь двографової моделі системи електро-, водопостачання.

Розглянемо структуру типових функціональних об'єктів мереж водопостачання (ВП) і водовідведення (ВВ), загальне рівняння матеріального балансу вузла i для якої подамо у вигляді (9):

$$\sum_{j=1}^{N_i} P_{ij} - (P_{i, \text{спожив}} - P_{i, \text{вироб}}) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} i=1, N_{\text{вузлів}} \end{array} \right. \quad (9)$$

Наприклад, рівняння поточкорозподілу для чотирьох споживачів і одного виробника (10) та чотирьох виробників і одного споживача з вузловим розгалуженням у вузлі i (11), як системи балансових рівнянь моделі виробничого типу будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} P_{i5} - P_{i1} - P_{i2} - P_{i3} - P_{i4} &= 0; \\ P_{i1} - P_{1, \text{спожив}} &= 0; \\ P_{i2} - P_{2, \text{спожив}} &= 0; \\ P_{i3} - P_{3, \text{спожив}} &= 0; \\ P_{i4} - P_{4, \text{спожив}} &= 0; \\ -P_{5i} + P_{5, \text{вироб}} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} -P_{i1} + P_{1, \text{вироб}} &= 0; \\ -P_{i2} + P_{2, \text{вироб}} &= 0; \\ -P_{i3} + P_{3, \text{вироб}} &= 0; \\ -P_{i4} + P_{4, \text{вироб}} &= 0; \\ P_{i1} + P_{i2} + P_{i3} + P_{i4} - P_{i5} &= 0; \\ P_{i5} - P_{5, \text{спожив}} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Оскільки запропонована модель належить до класу техніко-економічних, її призначення полягає в наданні економічних оцінок (визначенні економічної ефективності) варіантів розвитку і модернізації об'єкта моделювання, у нашому випадку – двомережної системи електро-, водопостачання з врахуванням її мережної структури. Модель є лінійною і оперує з усередненими

Таблиця 1

Серія розрахунків	Частота, Гц	Потужність НА, кВт	
		№ 4	№ 6
1	50	494,67	557,26
2	49	494,67	514,16
3	48	494,67	469,29
4	47,1	494,67	441,4

протягом певного експлуатаційного періоду об'єктами енергоносіїв (електрична енергія) і продуктів кінцевого споживання (вода). Разом з тим, об'єкт моделювання характеризується: 1) нелінійністю фізичних законів, якими описується поточкорозподіл у мережах; 2) залежністю параметрів поточкорозподілу від часу в межах часових інтервалів, що є значно меншими від періоду моделювання – експлуатаційного періоду; 3) залежністю параметрів поточкорозподілу від технічних параметрів елементів мереж, які не можуть бути враховані на рівні техніко-економічного моделювання. Врахувати зазначені особливості функціонування мережної систем транспортування й розподілу енергетичних продуктів можливо лише шляхом попереднього використання точних математичних моделей поточкорозподілу та виконання серії розрахунків характерних режимів.

Для визначення факторів та механізмів взаємовпливу підсистем електро-, водопостачання виконано попередні розрахунки на основі гідравлічної моделі об'єкта районної мережі водовідведення міста. На рис. 3 показано схему фрагмента колекторної мережі (КМ) для режимних розрахунків з використанням мнемоніки й засобів моделювання інструментального програмного комплексу EPANET.

Таблиця 2

НА, №	Робочий час НА протягом доби, %	Середня продуктивність НА, %	Питоме споживання НА, кВт·год/м ³	Середня потужність НА, кВт	Добова вартість е/е, грн. (тариф = 0,56 грн./кВт·год)
4	100,00	75,00	0,10	494,67	6648,37
6	100,00	75,00	0,09	441,40	5932,37
Без застосування частотного регулювання					
6	100,00	75,00	0,12	557,26	7489,60

Таблиця 3

Відмітка землі, м	Середня потужність НА № 4, кВт	Середня потужність НА № 6, кВт	Добова вартість е/е, грн. (тариф = 0,56 грн./кВт·год)
0	494,67	557,26	14 137,98
4,0	494,67	557,26	14 137,98
5,0	497,28	557,26	14 173,00
6,0	504,43	557,26	14 269,15
7,0	515,90	557,26	14 423,28
8,0	526,80	557,26	14 568,86
9,0	537,14	557,26	14 708,71
10,0	546,88	557,26	14 839,64

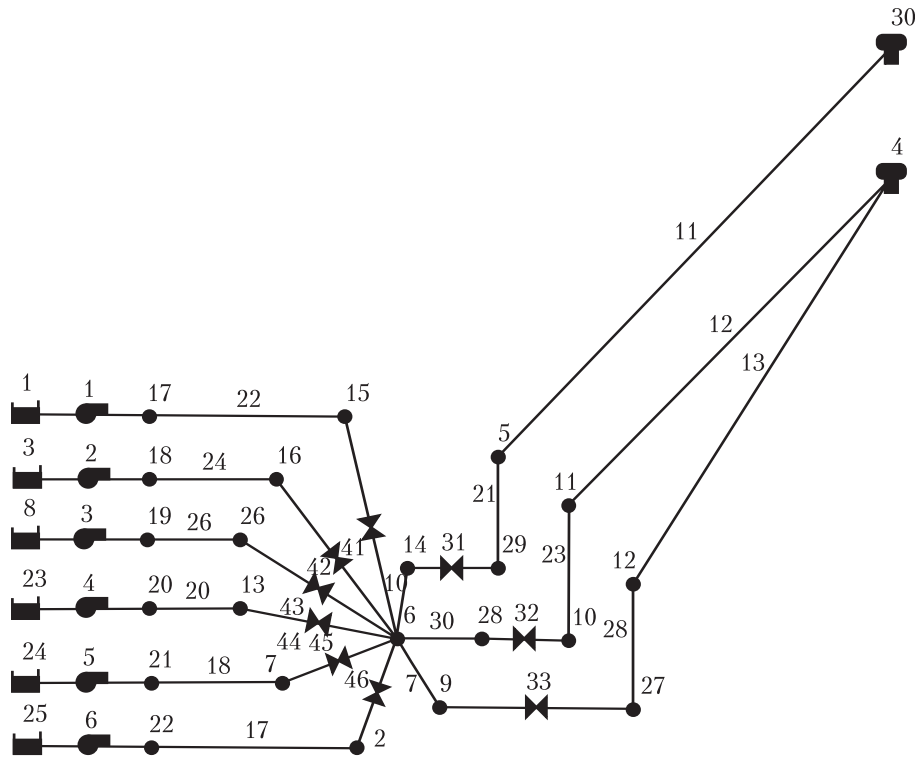


Рис. 3. Розрахункова схема колекторної мережі

Гідравлічна модель відображає лінії (труби), вузли з'єднань, насосні агрегати (НА), засувки, водойми та резервуари. Для початкового розрахунку ефективну довжину колекторних труб мережі обрано 3,2 км. За схемою, показаною на рис. 3, підйомні напірні колекторні труби К1, К2 і К3 (лінії 11, 12 і 13 відповідно) подають стоки до камери гасіння на висоту 20,0 м, вузол 4 і 26,0 м, вузол 30. Приймний резервуар грабельного відділення зображений вхідними забірними пристроями 1, 3, 8, 23, 24 і 25. Для моделювання режимів НА задаються напірно-витратні характеристики насосів: проектна витрата насоса 20ГрТ-8 — 4000 м³/год і напір 71 м. Для перевірки адекватності використаної еквівалентної моделі фрагмента КМ виконано порівняльний аналіз розрахункових значень тиску у вузлах з результатами вимірювань. Середнє відхилення розрахункових значень не перевищує 5 %.

У табл. 1–3 наведені результати розрахунку моделі за одночасної групової роботи НА № 4 і № 6. Витрата води розподіляється між колекторами 2 і 3, а їхня сумарна продуктивність становить 9800 м³/год. Показники енергоспоживання вузла значно відрізняються для випадків основних штатних режимів (здіяні всі 3 колекторні труби) і резервних робочих режимів

(один колектор: К1 або К2 або К3). Результати моделювання за допомогою EPANET дозволяють оцінити можливу економію електроенергії — до 11 % за умови зниження частоти живлення НА 6 до 47,1 Гц (табл. 1 і 2).

Розрахункові значення економічного ефекту від впровадження сучасного пускорегулюючого обладнання у разі 100 % завантаження НА становитиме 568,4 тис. грн./рік.

Дослідимо вплив на режимні параметри КМ підвищення рівня рідини в камері гасіння (резервуари 4 і 30). У табл. 3 наведено результати розрахунку потужності НА № 4, № 6 та вартості спожитої електроенергії за добу. Спостерігається підвищення робочої потужності НА № 4 за умови підвищення рівня рідини в камері гасіння вище 4 м. Як бачимо, показники енергоспоживання вузла істотно відрізняються для випадків штатного робочого режиму (здіяні 3 колектори) і резервних робочих режимів (використовується один колектор).

ВИСНОВКИ

1. Опис взаємозв'язаних мереж за допомогою економіко-математичних моделей виробничого типу виявився плідним інструментом аналізу їх енергетичної та економічної ефек-

тивності. На поелементному рівні подання мережі багатопродуктовість, як внутрішньо притаманна властивість таких моделей, дозволяє в межах єдиного підходу узагальнити два аспекти розгляду системи: 1) деталізований аналіз мережі з наданням техніко-економічних оцінок кожному її елементу; 2) врахування перетворень фізично-різнорідних продуктів, що мають місце при взаємодії різнопродуктових мереж.

2. Застосування підходу топологічно-матричної відповідності до опису структури системи взаємозв'язаних мереж дозволяє запропонувати математичні моделі структурованих елементів мережі, що описуються параметрами, узгодженими з системою понять моделей виробничого типу. Це дає можливість сформулювати умови матеріального балансу окремої мережі, а також системи взаємозв'язаних мереж у вигляді технологічної системи рівнянь моделі виробничого типу, що базується на понятті технологічного способу за Л.В. Канторовичем.

3. Розрахунки гідравлічних режимів мережі об'єкта водовідведення та відповідних їм показників споживання електричної енергії підтверджують можливості інформаційного забезпечення моделювання на основі запропонованих

принципів побудови структури економіко-математичної моделі виробничого типу двомережної системи електро-, водопостачання і водовідведення.

1. *Абрамович И.А.* Проблемы водоканалов и возможные пути их решения / Зб. доповідей Міжнародного Конгресу „ЕТЕВК–2005”. – Ялта, 2005. – С. 23–26.
2. *Антілогов П.І., Науменко Л.В.* Формування витратної та прибуткової складових на водопостачання та водовідведення в АСУ „Тариф” // Економіка будівництва і міського господарства. Вип. 3. – Т. 3. – Донецьк: ДНАБА, 2007. – С. 115–120.
3. *Антілогов П.І.* Концептуальне проектування автоматизованої системи об'єктивного визначення тарифу для систем водопостачання та водовідведення // Науково-технічний збірник „Коммунальное хозяйство городов”. – Вип. 80. – Харків: ХНАМГ, 2008. – С. 343–350.
4. *Меренков А.П., Хасилев В.Я.* Теорія гідравлических цепей. – М.: Наука, 1985. – 277 с.
5. *Добровольский В.К.* Экономико-математическое моделирование (Вопросы методологии) – К.: Наук. думка, 1975. – 184 с.
6. *Todini, E. & Pilati S.* 1987. A gradient method for the analysis of pipe networks. International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution, Leicester Polytechnic, UK, September 8–10.